

---

**COMUNIDAD ANDINA (CAN)**



**ESTADO PLURINACIONAL DE BOLIVIA**



**Proyecto de "Adaptación al Impacto del Retroceso Acelerado de los  
Glaciares en los Andes tropicales", PRAA**

**Elaboración del Diseño del Programa de Resiliencia al Retroceso de  
Glaciares a través del Estudio de Gestión de Agua Potable de las  
Ciudades de La Paz, El Alto**

**Contrato de Servicios de Consultoría**

**(Financiados por el Banco Mundial)**

**N°127-2011-SGCA**

---

**PRODUCTO 1**

**MEMORIA DESCRIPTIVA DE MODELOS**

**Balance Hídrico, Glaciares y Escenarios**

---

***Consultor: Dr. Ing. Carlos A. A. Olmos García Ágreda***

***La Paz - Bolivia***

---



# Elaboración del Diseño del Programa de Resiliencia al Retroceso de Glaciares a través del Estudio de Gestión de Agua Potable de las Ciudades de La Paz, El Alto

## PRODUCTO 1

### MEMORIA DESCRIPTIVA DE MODELOS Balance Hídrico, Glaciares y Escenarios

#### Tabla de Contenido

TABLA DE CONTENIDO .....	1
ÍNDICE DE FIGURAS.....	3
<b>1 INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>4</b>
1.1 MARCO INSTITUCIONAL Y CONTRACTUAL DEL SERVICIOS.....	4
1.2 DOCUMENTO: PRODUCTO 1 .....	5
<b>2 MODELO DE BALANCE HÍDRICO Y MODELO GLACIAR.....</b>	<b>5</b>
2.1 CONCEPTO.....	5
2.1.1 ¿Por qué el uso de un modelo de Balance Hídrico?.....	10
2.1.2 Uso de un modelo físico del glaciar.....	15
2.1.3 Uso de dos modelos independientes para la generación del Modelo Hidro – Glaciar, descripción metodológica.....	16
<b>3 PRESENTACIÓN DE MODELOS .....</b>	<b>23</b>
3.1 MODELO DE BALANCE HIDROLÓGICO .....	23
3.1.1 Balance Hidrológico aplicado a las cuencas del área en estudio en función a la disponibilidad de datos....	23
Balance de represa : .....	24
Esgurrimiento a la entrada de la represa ( $E_R$ ):.....	25
Aplicación del método de Balance Hídrico de Thornwaite: .....	26
Consideraciones sobre R y $G_N$ .....	27
Aporte de origen glaciar al pie de éste ( $G_o$ ) .....	27
3.1.2 Balance Hidrológico modificado, “forcing” del valor de E, para obtener G.....	27
Los algoritmos del método de balance de Thornwaite son: (Villón M. 2002).....	28
Escala temporal de aplicación.....	29
Simulación de escenarios.....	29
3.1.3 Consideraciones sobre las mediciones, hipótesis y su consiguiente introducción de valores de error .....	29
3.1.3.1 Mediciones realizadas por EPSAS: .....	30
3.1.3.2 Simplificaciones hechas en la formulación del modelo .....	32
3.1.3.3 Parámetros asumidos para la modelación .....	32

---

3.2	MODELO FÍSICO GLACIAR .....	33
3.2.1	Modelo descriptivo de la física glaciar.....	33
3.2.2	Reproducción de espesores glaciares por simulación matemática inversa .....	39
3.2.3	Consideraciones sobre las hipótesis y su consiguiente introducción de valores de error .....	41
3.2.3.1	Consideración de la Aproximación Shallow Ice versus un modelo de Full Stockes (Highier Order).....	41
3.2.3.2	Consideración del modelo glaciar de reconstrucción del volumen glaciar, formulación de (Farinotti D. et al. 2009) y programación de (Olmos C. 2011).....	41
3.2.3.3	Simplificación del la formulación de (Farinotti D. et al. 2009) de la fricción (factor C).....	41
3.2.3.4	Uso de valores de balance de masa de glaciares vecinos.....	41
3.3	NOTAS SOBRE LA ELECCIÓN DE LOS MODELOS.....	42
<b>4</b>	<b>ESCENARIOS CLIMÁTICOS.....</b>	<b>42</b>
4.1.1	Variabilidad climática Interanual.....	42
4.1.2	Cambio climático .....	44
<b>5</b>	<b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>45</b>

## Índice de Figuras

Figura 2.1: Representación esquemática de las características de las cuencas fuente de las ciudades de La Paz y El Alto.....	6
Figura 2.2: Esquematización de los procesos hidrológicos que se dan en las cuencas en estudio ..	7
Figura 2.3: Esquematización de las vías de la infiltración.....	9
Figura 2.4: Relación de datos disponibles, modelos a ser empleados junto con el de Balance Hídrico y parámetros a ser obtenidos .....	12
Figura 2.5: Combinación de modelos de Balance Hídrico y Glaciar para la determinación del potencial hídrico de las cuencas fuente de La Paz y EL Alto.....	17
Figura 2.6: Esquema del procedimiento de aplicación del Modelo de Balance hídrico (complemento Figura 2.5) .....	18
Figura 2.7: Introducción de los escenarios en la modelación del escurrimiento .....	19
Figura 2.8: Ejemplo del resultado esperado de la aplicación de escenarios a la modelación del escurrimiento de la cuenca .....	20
Figura 2.9: Pasos de Aplicación de los Modelos de Glaciares .....	21
Figura 2.10: Esquematización del procedimiento de aplicación del Modelo Glaciar .....	22
Figura 4.1: Aplicación de la Función de Densidad de Probabilidad Normal, Registro Estación El Alto .....	43
Figura 4.2: Aplicación de la Función de Repartición de Probabilidad Normal, Registro Estación El Alto.....	43

# **Elaboración del Diseño del Programa de Resiliencia al Retroceso de Glaciares a través del Estudio de Gestión de Agua Potable de las Ciudades de La Paz, El Alto**

---

## **PRODUCTO 1**

---

### **MEMORIA DESCRIPTIVA DE MODELOS Balance Hídrico, Glaciares y Escenarios**

## **1 INTRODUCCIÓN**

---

### **1.1 MARCO INSTITUCIONAL Y CONTRACTUAL DEL SERVICIOS**

El servicio de consultoría “*Elaboración del Diseño del Programa de Resiliencia al Retroceso de Glaciares a través del Estudio de Gestión de Agua Potable de las Ciudades de La Paz, El Alto*”, se desarrolla en el marco del Proyecto de “Adaptación al Impacto del Retroceso Acelerado de los Glaciares en los Andes tropicales”, PRAA<sup>1</sup> financiado mediante Acuerdos de Donación GEF-SCCF TF 091712 y PHRD Grant TF 090328 (Banco Mundial).

Como marco del mismo se tiene los antecedentes, especificaciones y condiciones estipulados en el contrato N°127-2011-SGCA, teniendo como signatarios a la Secretaría General de la Comunidad Andina de Naciones (CAN) y al consultor Dr. Ing. Carlos Alberto Antonio Olmos García Ágreda. Se consigna una duración de servicio de siete meses, comprendidos entre el 28 de julio de 2011 y el 28 de febrero de 2012.

Prevía a la fecha de conclusión de servicios, fijada en contrato, el consultor solicitó una ampliación extraordinaria de plazo, sin incremento de costo de consultoría, debido a retrasos no atribuibles al consultor en la recepción de insumos de datos y escenarios, producto de otras consultorías paralelas del PRAA (escenarios climáticos y Modelos Digitales de Terreno, MDT de las superficies de los glaciares de la zona en estudio). A la fecha de entrega de este Producto No 1 no se recibieron aún dichos datos e insumos, sin embargo el consultor asumió otros similares y trabajó en la elaboración de MDTs que reemplacen el insumo mencionado.

---

<sup>1</sup> PRAA: Las siglas tienen su origen en la denominación original del proyecto: Proyecto Regional Andino de Adaptación al Cambio Climático.

Entre otros antecedentes y documentos de esta contratación, se cuentan los Términos de Referencia que acompañan el Proceso de Convocatoria de Consultoría Individual CI-008-PRAA-SGCA y la nota de adjudicación del contrato de consultoría de fecha 22 de julio de 2011 (Mail recibido por el consultor en fecha 27 de julio de 2011, firmado por la Sra. Itala Puccio, [ipuccio@comunidadandina.org](mailto:ipuccio@comunidadandina.org)).

## 1.2 DOCUMENTO: PRODUCTO 1

Según lo estipulado en el Anexo B de contrato, el presente documento desarrolla el PRODUCTO N°1 de consultoría, el cual cubre los requerimientos de trabajo respecto a:

- ✚ Memoria descriptiva sobre el modelo utilizado y en nivel de confiabilidad del mismo, así como las variables e información utilizada para la modelación y definición de escenarios, en formato digital e impreso.

Cabe señalar que según contrato el alcance de este producto debería incluir además *la estimación del retroceso glaciar en las cuencas en estudio*. Sin embargo por razones de orden y secuencia lógica de trabajo, esta estimación se presentará junto al Producto N°2 de consultoría mismo que es referido a:

- Reporte detallado y explicativo de las actividades analíticas. Recogiendo los balances hídricos a presente y a futuro, considerando la oferta y la demanda, que incluyan las proyecciones de retroceso glaciar y consideren escenarios futuros seleccionando un modelo de salida en base a un criterio fundamentado, el filtro que se utilice en la salida debe estar también fundamentado. Deberá indicar todos los pasos realizados en el desarrollo del trabajo. Diagnóstico sobre el efecto del retroceso de glaciares sobre la oferta y demanda del agua, siguiendo todas las consideraciones del acápite 4.1. en formato digital (Word) e impreso. Este reporte deberá recoger los pasos seguidos en el estudio, con anexos sobre la metodología, datos utilizados, organismos y estudios consultados y cualquier otra información relevante.

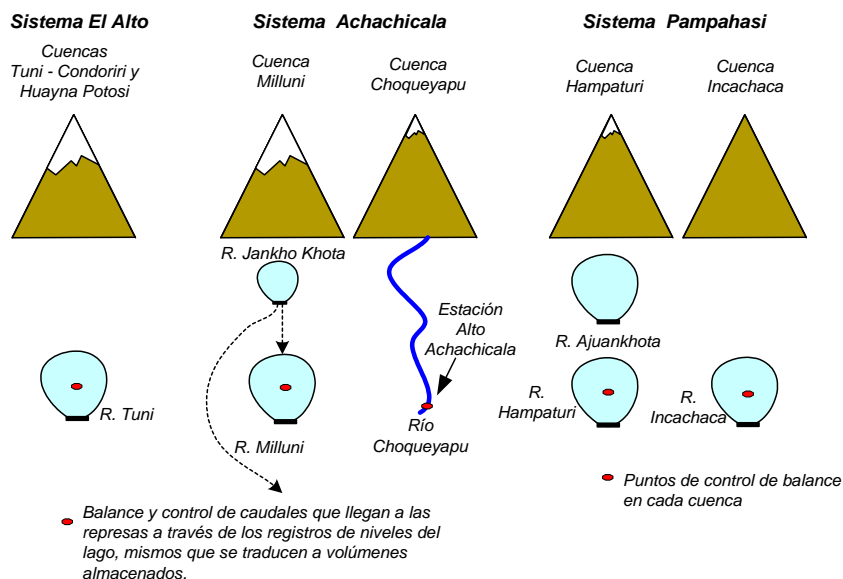
## 2 MODELO DE BALANCE HÍDRICO Y MODELO GLACIAR

---

### 2.1 CONCEPTO

La descripción de la dinámica hidrológica de la zona de estudio es un paso necesario para la comprensión del potencial hídrico de las cuencas analizadas. Dentro de este marco es preciso observar, que la mayoría de las cuencas que alimentan con agua a los sistemas de Agua Potable de las ciudades de La Paz y El Alto presentan una cobertura glaciar, la cual a consecuencia del cambio climático reciente, está en franca disminución, teniendo como resultado el decremento de su aporte en agua. La Figura 2.1, esquematiza las características de las cuencas referidas.

**Figura 2.1: Representación esquemática de las características de las cuencas fuente de las ciudades de La Paz y El Alto**



Referencia (R) Represa: En el gráfico se representa la infraestructura de regulación de las cuencas fuente de las ciudades de La Paz y El Alto, además de las características de sus cuencas: Nótese por ejemplo que la cuenca Incachaca, no presenta cobertura glaciar, Hampaturi, la tiene sin embargo es de menor importancia que sus similares de Milluni o de Tuni.

Fuente: Modificado a partir de (Olmos C. 2011)

Asumiendo la cuenca geográfica como unidad de análisis, misma que posee un punto de control a la salida de ésta<sup>2</sup>, la Figura 2.2 describe de forma simplificada, los procesos e interacciones hidrológicas<sup>3</sup> que se dan en ésta:

- ✚ La **Precipitación (P)** es el principal input natural de agua en el ciclo hidrológico y por ende en las cuencas en estudio, sin conocerse ningún trasvase natural. La precipitación puede darse de forma líquida o sólida (nieve) teniendo las siguientes de llegada hasta el punto de control de caudales o como caudal de recarga de acuífero:

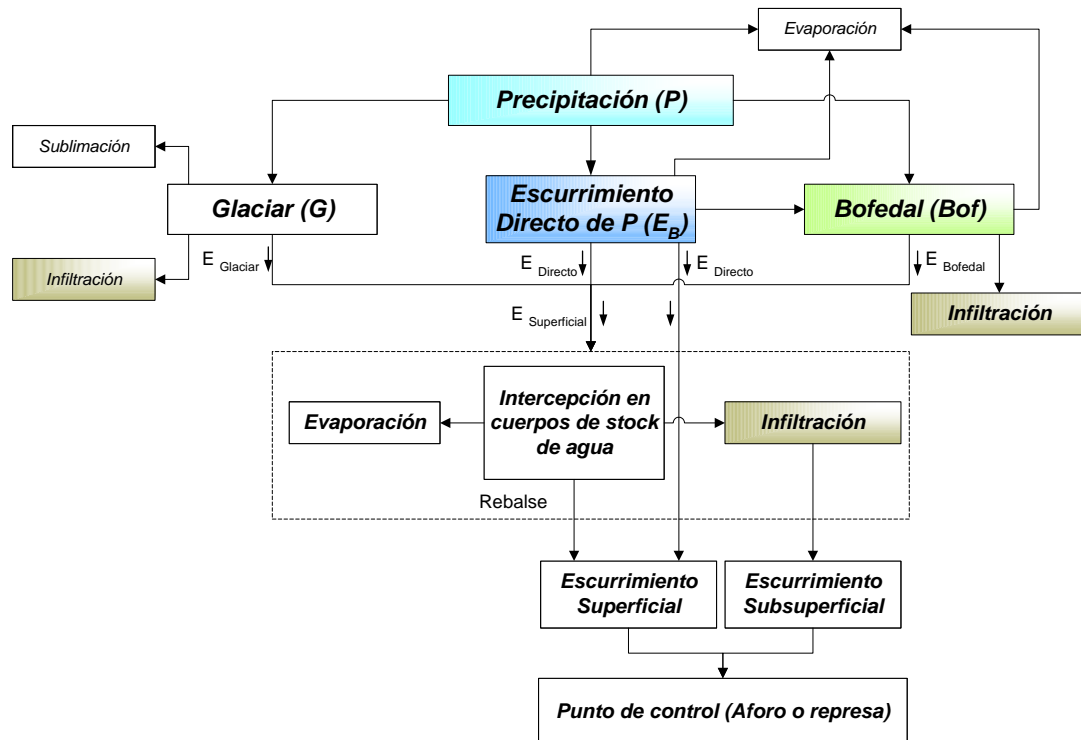
<sup>2</sup> En las cuencas en estudio los puntos de control son las represas de almacenamiento y regulación (Cuencas de Tuni, Condoriri, Milluni, Hampaturi e Incachaca), en el caso de Kaluyo, SENAMHI tiene una estación de aforo en el río del mismo nombre (ver Figura 2.1)

<sup>3</sup> Estos procesos hidrológicos son complicados en cuanto a su descripción y forman parte del ciclo del agua local, regional y mundial, un proceso cuyas dimensiones en cuanto a su descripción dependen de la unidad de estudio, la cual en nuestro caso son las cuencas geográficas e estudio mismas que alimentan de agua a los sistemas de agua potable de los cuales dependen las ciudades de La Paz y El Alto.



- o La precipitación sólida o líquida puede acumularse en los glaciares convirtiéndose en parte de estos, sin olvidar el hecho de que su formación y existencia se debe a precipitaciones de épocas anteriores que se congelaron y se convirtieron en la masa helada que constituyen los glaciares.
- o La precipitación también puede alimentar los bofedales existentes en las cuencas, los que a su vez actúan como una esponja, donde la masa vegetal absorbe gran cantidad de agua y la retiene hasta su saturación, evaporación o su posterior entrega al escurrimiento de la cuenca (sea superficial o hipodérmico) o su infiltración profunda para recarga de acuífero locales o regionales.
- o La precipitación puede transformarse en escurrimiento directo, ya sea que:
  - Llegue al *punto de control* ó,
  - Que sea *infiltrada, evaporada o interceptada* por cuerpos de almacenamiento de agua.

**Figura 2.2: Esquematzación de los procesos hidrológicos que se dan en las cuencas en estudio**



Fuente: Elaboración propia

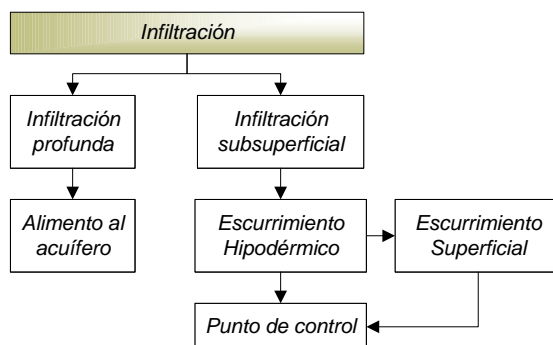
- ✚ El **glaciar** es una masa congelada de agua, la cual se forma gracias a precipitaciones de antaño, en momentos cuando el balance de masa de éste era favorable para la acumulación de volumen, aspecto que hoy en día es inverso, ya que el balance de masa en general los últimos años es negativo para este propósito. (Pouyaud B. et al. 2007; Ribstein P. 2003).
  - Desde un punto de vista simplificado el glaciar puede ganar masa, gracias a la precipitación (generalmente sólida) y perder volumen debido a sublimación, fusión (que convierte la masa de hielo en escurrimiento), infiltración debido a la percolación interna del glaciar hacia el terreno o del escurrimiento que produce la fusión hacia el terreno que atraviesa. Mucha del agua de escurrimiento que aporta el glaciar proviene de la fusión de éste y del flujo subsuperficial proveniente de la infiltración de agua perdida en alturas superiores. Todos estos fenómenos se deben principalmente al balance de energía que recibe, transmite y capta el glaciar (Sicart J.-E. 2002) y a la dinámica interna del glaciar (Oerlemans J. 2008; Paterson W. S. B. 1994).
  
- ✚ El **bofedal**, puede recibir agua directamente de la precipitación o interceptar el escurrimiento producido por ésta. Como ya se indicó anteriormente éste actúa como una esponja con el agua absorbiéndola en grandes cantidades, en función de las plantas que lo conforman y la profundidad de su estrato.
  - El bofedal entrega sus aguas una vez que se satura ya sea al escurrimiento superficial o al escurrimiento subsuperficial o hipodérmico; igualmente puede entregar sus aguas a la infiltración subsuperficial que produce este tipo de flujo ya mencionado o hacia la infiltración profunda (recarga de acuíferos locales o regionales). El bofedal es también una superficie evaporante ya que está expuesta a la incidencia solar y estando compuesto por elementos vegetales, también se verifica la transpiración de estos y por ende una pérdida de la masa de agua absorbida.
  
- ✚ El **escurrimiento** se da gracias a la precipitación (**escurrimiento directo**) y/o a la contribución del rebalse o entrega de las aguas del bofedal (**escorrentía del bofedal**) y/o del agua producto de la fusión glaciar o su infiltración subsuperficial que surge aguas abajo y aporta a este escurrimiento (**escorrentía del glaciar**).
  
- ✚ El escurrimiento puede llegar directamente al punto de control sin mermas<sup>4</sup>, sin embargo en general sufre mermas que son producto ya sea de la **infiltración** (subsuperficial o profunda), la **intercepción** de otros cuerpos de stock de agua (por ejemplo pueden ser lagunas u otros bofedales) o la **evaporación** directa.

---

<sup>4</sup> Si la precipitación se da directamente sobre el punto de control o muy cercano a este.

- ✚ La **evaporación** puede darse en cualquier lugar de la cuenca ya sea cuando el agua está en reposo o en movimiento, en función del intercambio energético que se da entre la atmósfera y la cuenca. En el caso de los glaciares se da un caso particular de la evaporación que es la sublimación (paso del estado sólido al estado gaseoso de forma directa), debido a un alto valor de intercambio energético.
- ✚ La **infiltración** igualmente se puede dar en toda la extensión de la cuenca, ya sea en cuerpos de stock de agua tales como los bofedales, glaciares, lagunas o en el curso del desarrollo de un río o del escurrimiento. La infiltración ya sea de tipo subsuperficial o profundo, depende principalmente del tipo de suelo de la cuenca (del lugar por donde se almacena el agua o por donde esta escurre), la dirección de estratos, la cobertura vegetal, saturación y humedad del suelo.
  - En general se dan dos posibilidades: a) Infiltración subsuperficial que contribuye al escurrimiento del mismo nombre o hipodérmico, que surge en la cuenca aguas abajo en forma de manantiales o es interceptado por superficies de stock de agua como ser represas, bofedales, lagunas, glaciares u otros similares. b) Infiltración profunda que alimenta la napa local, acuíferos locales someros, profundos o regionales. (ver Figura 2.3).

**Figura 2.3: Esquemmatización de las vías de la infiltración**



Fuente: Elaboración propia

- ✚ La **intercepción** del escurrimiento depende de las características de la cuenca, cuya morfología, altitud, localización geográfica que hacen posible la formación de cuerpos que lo interceptan, tales como lagunas, bofedales, albergar glaciares. Esta intercepción, en las cuencas fuente de las ciudades de La Paz y El Alto, se da de las formas que se representan y se explican de forma simplificada en los anteriores párrafos.
  - Es preciso señalar que dentro de la terminología hidrológica y la descripción del ciclo del agua, existe otro tipo de fenómeno o proceso denominado intercepción, el cual refiere a la intercepción de la precipitación por las hojas de árboles y/o de la vegetación, antes de su llegada al suelo de la cuenca; En algunos casos el conjunto de estas hojas y/o vegetación pueden interceptar y mantener sobre ella una gran

cantidad de agua que posteriormente puede ser evaporada o absorbida por la planta para sus necesidades. En el caso específico de la cuenca la presencia de árboles y de vegetación que pueda ser parte de este proceso es escasa, razón por la cual, no se toma en cuenta dentro de la presente descripción.

### 2.1.1 ¿Por qué el uso de un modelo de Balance Hídrico?

Para responder a esta pregunta se observan cuatro principales dimensiones de su aplicación y uso:

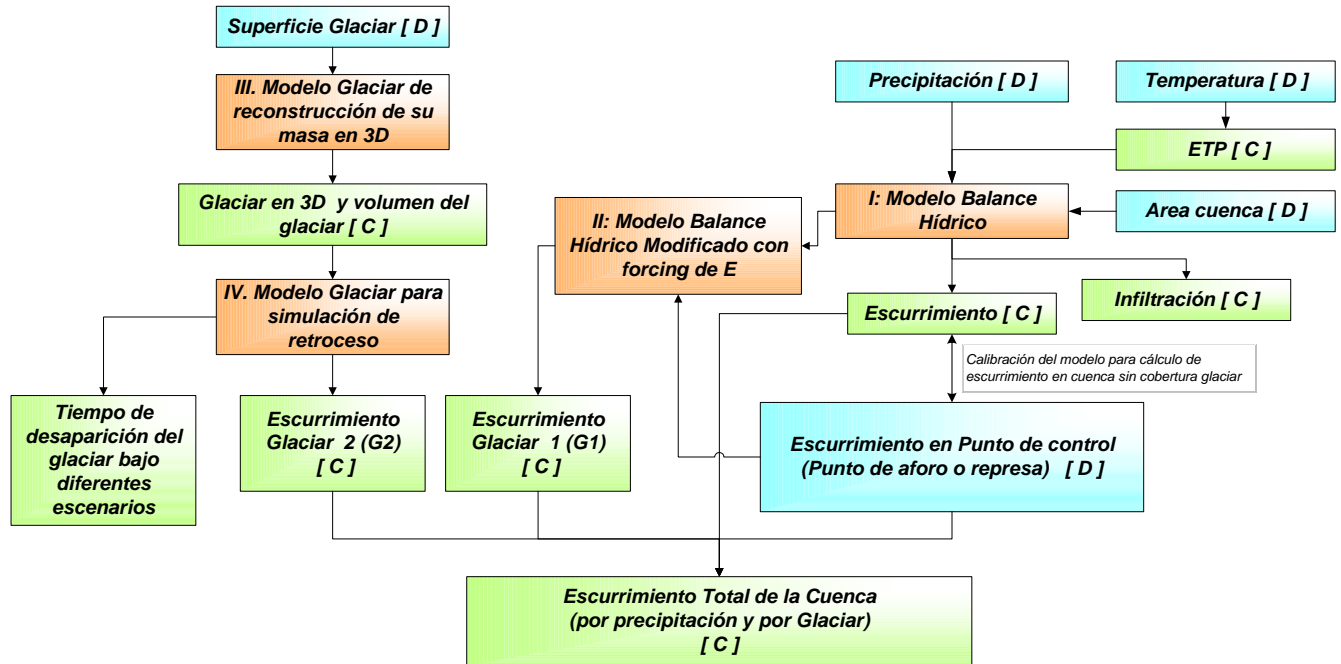
- ✚ La posibilidad de simular la totalidad o la mayor parte de los procesos que son descritos en el anterior subtítulo. Se dice la mayor parte de los procesos, ya que debido a su complejidad y la repartición espacial de estos a lo largo de la cuenca, el poder simular la totalidad de las interacciones hidrológicas es una tarea casi imposible que demandaría muchos datos (en cantidad y distribución temporal), precisión en estos, un conocimiento detallado de todos estos fenómenos, su funcionamiento, sus potenciales variantes, su localización en la cuenca, el peso de su influencia en el contexto del balance, entre otros muchos aspectos a ser tomados en cuenta.
  - Ahora bien la parametrización de estos fenómenos, su asimilación a otros o su descripción simplificada es una posibilidad para lograr un descripción del funcionamiento de la cuenca de forma simplificada que cumpla tanto el cometido de poder describir la dinámica hidrológica de la cuenca, como de poder hacerlo con una precisión aceptable y acorde a los fines del análisis a ser realizado; es decir no se trata de llegar a una descripción que tenga una precisión o error de litros por año, pero si de acercarse a una estimación de la disponibilidad de agua en las cuencas que permita realizar una planificación estratégica a la empresa encargada del servicio de agua potable y alcantarillado de la ciudad de La Paz. en este marco es posible decir que un error equivalente a dos a cinco días de la demanda, es un buen valor de acercamiento, ya que se entiende que la toma de decisiones debe ser dada de forma periódica y en función de la disponibilidad de agua o carencia de ésta.
  - Modelos simples como el de balance hídrico permiten esta parametrización, y simplificación de la descripción de la dinámica hidrológica de la cuenca, en función a la disponibilidad de datos (aspecto que es también determinante en la elección de este tipo de modelo).
  - El modelo de balance hídrico a su vez permite que en el tiempo y una vez mejorada la disponibilidad de datos y el conocimiento de la cuenca en estudio, se puedan añadir más parámetros que permitan mejorar la precisión de la descripción hidrológica del sistema analizado, aspecto que redundo en la posibilidad continua de mejora del modelo, según las necesidades del operador de agua o de la necesidad

de poder describir a un mayor detalle la dinámica del agua en la cuenca y por ende su potencial disponibilidad.

✚ Un segundo aspecto crucial para la elección de este tipo de modelo es la disponibilidad actual de datos. Es indudable que el comportamiento hidrológico de las cuencas en estudio pueda ser realizado con un modelo complicado y preciso, pero que para fundamentar dicha precisión, es posible que se requiera una gran cantidad de datos que no se tienen. Al respecto se plantea la siguiente discusión o disyuntiva:

- ¿Es preferible describir la dinámica de las cuencas en estudio con un modelo de gran precisión con bastantes grados de libertad y por ende con necesidad de un gran número de datos de diferentes y numerosas variables? o ¿Es recomendable el simular la dinámica de la cuenca, con un modelo simple y robusto que se adapte a la poca disponibilidad de datos, pero que de resultados con la precisión que necesita el operador de aguas?
  - El modelo debe servir al operador de aguas.
  - El modelo es exploratorio, ya que se desconoce la dinámica de la cuenca, siendo uno de los objetivos de su uso o aplicación el poder realizar esta descripción. El uso de un modelo simple aplicaría un enfoque Top – Down, es decir iniciar la descripción con un modelo descriptivo general pero robusto, hacia la construcción paulatina de modelos de mayor precisión, según se avance con el potencial de disponibilidad de una mayor cantidad de datos en tiempo y en cantidad de variables hidrológicas que contribuyan a una mejor descripción de la dinámica del agua en las cuencas estudiadas.

**Figura 2.4: Relación de datos disponibles, modelos a ser empleados junto con el de Balance Hídrico y parámetros a ser obtenidos**



**REFERENCIAS:**

**En celeste:** Datos disponibles o que se pueden obtener de terreno o partir de restitución de imágenes satelitales.

**En verde:** Parámetros que pueden ser estimados

**En naranja:** Modelos empleados

Fuente: Elaboración propia

- ✚ Un tercer aspecto que interesa de la aplicación de un modelo de balance hídrico es su posibilidad de calibración con los datos que se cuenta, pudiendo llegarse a parametrizar o colocar en cajas negras los procesos correspondientes al almacenamiento en bofedales, stock o infiltración o determinar la importancia del escurrimiento glaciar, como lo hizo (Olmos C. 2011).
- ✚ Finalmente un cuarto aspecto que interesa respecto a la aplicación de un modelo de balance hídrico es la posibilidad de acoplar a este otros modelos o emplear la salida de estos para determinar el valor de escurrimiento de la cuenca. En el caso particular de este trabajo y de forma similar a la que hizo (Olmos C. 2011), se plantea el acople al modelo de balance hídrico, de modelos glaciares basados en la descripción de la física de estos, para complementar el modelo hidro-glaciar precisado para la determinación del potencial hídrico de cuencas con cobertura glaciar, las cuales son la mayoría que sirven como fuente para las ciudades de La Paz y EL Alto.

El uso de un modelo simple pero robusto de balance hídrico tanto para fines del presente proyecto, para los del PRAA, como los del Operador de Aguas EPSAS, se fundamenta en la discusión que se realiza en los anteriores párrafos.

- ✚ Desde el punto de vista práctico la Figura 2.4, presenta la relación de disponibilidad de datos de EPSAS en la zona de trabajo (igualmente de SENAMHI en la cuenca Kaluyo) o que pueden conseguirse o elaborarse (ver Figura 2.4, cajas celestes).
  - En efecto EPSAS dispone el zona de proyecto de datos de:
    - **Precipitación** (Periodo 2000 – 2011) Pluviómetro instalado.
    - **Operación de represas** (Periodo 2000 – 2011), los cuales incluyen, volúmenes de despacho (medidos ya sea en la tubería de aducción o en la llegada a planta), volúmenes de rebalse (ecuación de vertedero), niveles de represa diarios que pueden ser asociados a volúmenes en stock del vaso (curvas altura – volumen) y por ende con la posibilidad de determinar el diferencial de volumen en el tiempo de análisis deseado.
    - El **escurrimiento** que llega a la represa *puede ser estimado* haciendo un balance de los diferenciales de volumen, los volúmenes despachados y los de rebalse.
  - Otros datos tales como la temperatura, el área de la cuenca y la superficie glaciar pueden ser obtenidas en base a estimaciones directas e indirectas, datos de reanálisis y fotointerpretación.
    - La **temperatura** es obtenida a partir de datos de reanálisis de la zona de proyecto. Reanálisis en un proyecto de la National Oceanic & Atmospheric Administration (NOAA) de los Estados Unidos, que proporciona datos reanalizados a diferentes alturas de la atmósfera en puntos de una grilla de 2.5° x 2.5° (ver <http://www.esrl.noaa.gov/psd/data/reanalysis/>). Estos datos fueron empleados por investigadores franceses del IRD (Institut de Recherche pour le Développement) en la zona de trabajo con éxito tanto para correlacionarlos con el escurrimiento, como para otros análisis de tipo cuantitativo (Pouyaud B. et al. 2005). Para fines del presente proyecto se sigue las recomendaciones de dichos científicos en cuanto al cuidado y objetividad en su uso, observando sin embargo que son los únicos datos de temperatura de la zona. Por su parte se tiene como antecedente del uso de este tipo de datos en análisis de gestión de agua en la Cordillera Blanca (Pouyaud B. et al. 2005), en un análisis similar por (Olmos C. 2011) y otro de carácter cuantitativo y cualitativo sobre el análisis de la ocurrencia de eventos de precipitación, temperatura, de eventos ENSO y su relación con el escurrimiento glaciar en la zona de los Andes Bolivianos (Olmos C. 2005).

- El **área de las cuencas** es obtenida gracias a la delimitación de éstas en cartas digitales 1:50000 del Instituto Geográfico Militar (IGM) y en MDT del terreno generadas a partir de imágenes SRTM (Shuttle Radar Topography Mission).
- La **superficie glaciar** en 3 Dimensiones es obtenida a partir de los MDT antes referidos, observando que este dato fue producto del proceso de imágenes realizado adicionalmente por el consultor, ya que estos datos debían ser un insumo entregado por una consultoría paralela del PRAA sobre el análisis de imágenes ALOS.
- **Modelos digitales de terreno en 3 dimensiones de glaciares:** Adicionalmente dentro de la base de datos, se tiene los modelos digitales de terreno de los glaciares de Tuni 1, Condoriri, y Charquini, que reconstruyen su masa glaciar en 3 dimensiones, provenientes de mediciones de radar del espesor de estos, realizadas en misiones boliviano – belgas para fines del trabajo de investigación de Olmos (2011).

✚ La misma figura presenta los modelos que se propone emplear (ver cajas color naranja)

- **I MODELO DE BALANCE HÍDRICO:** El cual emplea los datos antes referidos (excepto de la superficie glaciar) para describir la dinámica hidrológica de las cuencas analizadas.
  - **II Modelo de Balance Hídrico modificado en el forcing del escurrimiento:** Olmos (2011), propone la modificación del Balance Hídrico para la fines de cuantificar de forma aproximada el aporte glaciar de la cuenca analizada. Este sub modelo del balance hídrico se emplea para dicho fin en el marco de este proyecto.
- **III MODELO DE RECONSTRUCCIÓN DE LA MASA DEL GLACIAR:** A partir de la superficie glaciar es posible, mediante los principios de la física glaciar, plantear una integrar una ecuación de balance de masa sobre dicha superficie para de esta manera reconstruir el glaciar en sus 3 dimensiones. Esta metodología la plantea (Farinotti D. et al. 2009) y es explicada más adelante en el presente informe.
- **IV. MODELO GLACIAR:** Se construye un modelo basado en la física de los glaciares a fin de simular su comportamiento. Teniendo la reconstrucción de la masa del glaciar en 3 dimensiones, es entonces posible aplicar las condiciones de borde y de retroceso necesarias para simular ya sea la ganancia o disminución de volumen del glaciar en el tiempo. Este modelo fue creado por Frank Pattyn en la Universidad Libre de Bruselas y fue adaptado por Olmos para fines de su investigación de 2011.



- ✚ La Figura 2.4 presenta los parámetros, valores que se pretende obtener mediante la aplicación de estos modelos, de los cuales se menciona los principales:
- Determinación del escurrimiento de las cuencas sin glaciar (E).
  - Estimación del escurrimiento de origen glaciar mediante un modelo de balance hídrico y mediante un modelo basado en la física del glaciar (G).
  - Estimación del potencial de aporte en agua de la cuenca (E + G).
  - Determinación del volumen de stock glaciar (volúmenes de los glaciares y de agua que estos contienen)
  - Estimación de tiempos de desaparición de los glaciares y su simulación en el tiempo. En consecuencia se tiene entonces la estimación de la posible variación del aporte glaciar en el tiempo, bajo las condiciones que plantean diferentes escenarios climáticos y de variabilidad climática.

En el inciso 2.1.3 se profundiza sobre la temática de los resultados esperados y del como se espera obtener estos.

### **2.1.2 Uso de un modelo físico del glaciar**

El empleo de un modelo glaciar basado en la física de estos en realizada por primera vez en esta parte del continente desde el punto de vista de una aplicación práctica. Desde el punto de vista de su aplicación en el campo de la investigación se tiene los antecedentes de (*Schäfer M. 2007*) en Ecuador, en un comparación de modelos y de (*Olmos C. 2011*) en Bolivia.

Para fines del presente proyecto se emplea este tipo de modelos aplicándolos tanto para la construcción de modelos en 3 dimensiones del volumen glaciar, como para simular su retroceso y obtener el valor de aporte de estos y su variación en el tiempo, aspecto que es un dato necesario para el operador de aguas EPSAS.

Igualmente, se obtienen las salidas de este modelo para contrastar los resultados de estimación de aporte glaciar con los obtenidos a partir del modelo de balance hídrico modificado y como complemento al balance en cuenca, a fin de determinar el potencial hídrico de las cuencas en estudio.

La descripción de estos modelos y el análisis de su aplicación se encuentra detallada tanto en el siguiente subtítulo (interacción con el modelo de balance hídrico), como en la sección de este documento que define su formulación matemática (ver subtítulo 3.2).

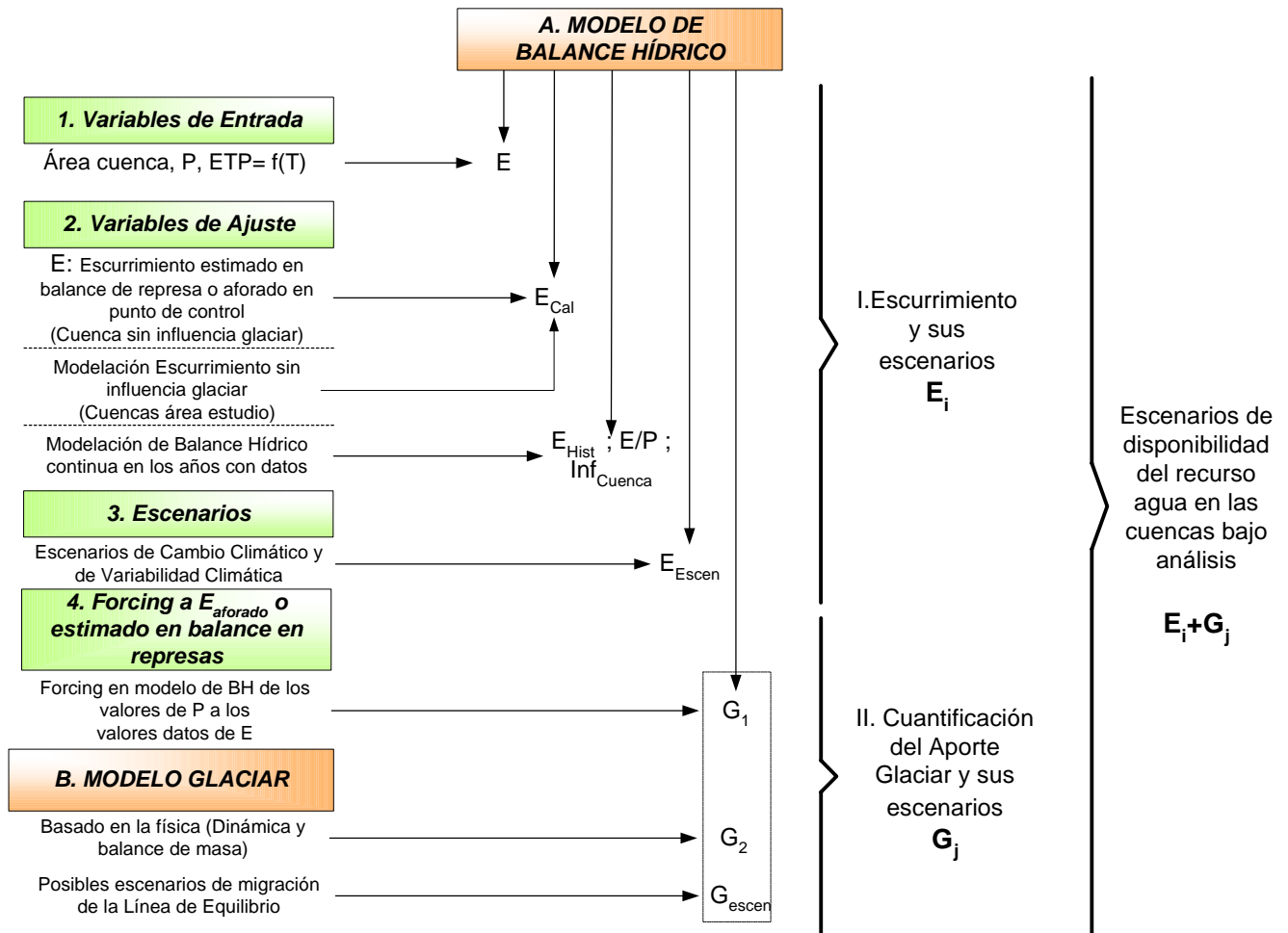
### **2.1.3 Uso de dos modelos independientes para la generación del Modelo Hidro – Glaciar, descripción metodológica**

Las principales interrogantes de la Gestión del Agua de las ciudades de La Paz y El Alto se dan respecto a los siguientes aspectos:

- ✚ Disponibilidad de agua en las cuencas fuente de los sistemas de agua potable de las ciudades de La Paz y El Alto.
- ✚ Variación de esta disponibilidad en el tiempo debido a potenciales impactos del cambio climático de carácter permanente.
- ✚ Variación de esta disponibilidad del recurso agua, debido a la variabilidad climática interanual, misma que se puede agudizar debido a los impactos esperados del cambio climático.
- ✚ Importancia del aporte glaciar dentro del valor de aporte total de agua de la cuenca.
- ✚ Variación de este aporte en el tiempo debido a los potenciales impactos del cambio climático y a la variabilidad climática interanual.

Mediante la combinación de dos modelos, uno de balance hídrico y otro glaciar (basado en la física de éste), se pretende obtener las respuestas a las cuestionantes prácticas de la gestión, arriba señaladas. La Figura 2.5 presenta el trabajo que se propone realizar en respecto a responder dichas cuestionantes centrales de la gestión respecto a la disponibilidad del recurso agua en las cuencas fuente de las ciudades de La Paz y El Alto.

**Figura 2.5: Combinación de modelos de Balance Hídrico y Glaciar para la determinación del potencial hídrico de las cuencas fuente de La Paz y EL Alto**



*i*: Designa al número de escenarios de variabilidad climática y de cambio climático que serán estudiados dentro del marco de este proyecto.

*j*: Designa el número de escenarios de retroceso glaciar que serán estudiados en este proyecto.

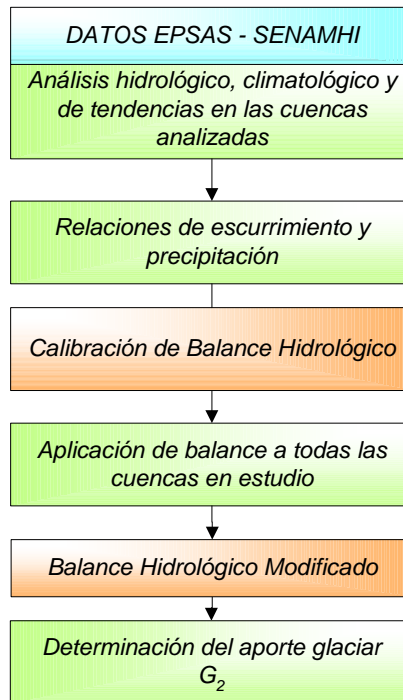
*i + j*: Designa los escenarios de aporte de agua de la cuenca estudiados, que implican la combinación de escenarios de balance hídrico y de retroceso glaciar producto de la variabilidad climática y de los potenciales impactos del cambio climático.

Fuente: Elaboración propia

La metodología que se propone emplear para los fines de Gestión y determinación del potencial hídrico de las cuencas fuente de La Paz y El Alto, es presentada en la figura anterior. Para fines de una mejor comprensión de ésta, en los siguientes párrafos comenta al respecto de aspectos específicos del método que se propone aplicar.

Inicialmente se precisa la formación y el análisis de la base de datos, que se tiene a partir de los trabajos de campo cotidianos de EPSAS y SENAMHI, los cuales dan paso a un primer análisis de tendencias de los parámetros, de la climatología de la zona en estudio y de la dinámica hidrológica, teniendo como parámetros principales para esto el input del sistema (Precipitación) y la respuesta hidrológica de éste (Esgurrimiento) (Ver Primeras cajas siguiente figura)

**Figura 2.6: Esquema del procedimiento de aplicación del Modelo de Balance hídrico (complemento Figura 2.5)**

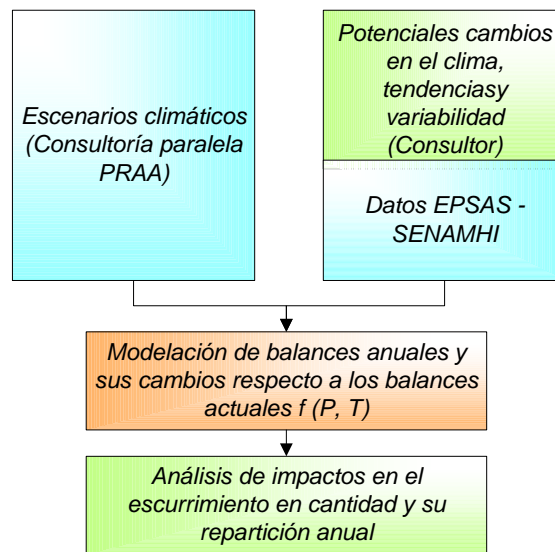


Fuente: Elaboración propia

- ✚ Inicialmente se diseña el modelo de balance hídrico basado en los criterios que son presentados en el subtítulo 3.1 de este informe. Luego de un análisis de contexto de los datos que se tiene y de una validación de la homogeneidad de estos se procede a la realización de una primera corrida (Ver caja 1: Variables de entrada Figura 2.5) obteniéndose un primer valor de Escurrimiento (E). Cabe señalar que se realiza un balance hídrico continuo desde el año 2000 al 2011, a fin de reconstruir el comportamiento hidrológico histórico en el periodo que se tiene datos.
- ✚ La variable de ajuste y calibración del modelo son los datos históricos de Escurrimiento, obteniéndose un valor del Escurrimiento calibrado (Ver caja 2: Variables de ajuste Figura 2.5). Cabe señalar que esta calibración se realiza en la cuenca Incachaca, la cual no tiene en la actualidad cobertura glaciar, no obstante habiéndola tenido antiguamente.
  - La elección de esta cuenca para fines de calibración se la realiza basados en la hipótesis de estar trabajando en una cuenca representativa de sus similares que son fuente de La Paz y El Alto, habiendo tenido en antaño cobertura glaciar; al respecto, igualmente cabe señalar que el modelo de Balance Hídrico se aplica para cuencas sin cobertura glaciar. Se asume entonces que la cuenca Incachaca tiene un comportamiento representativo del comportamiento de otras cuencas de la Cordillera en el caso de que estas pierdan la totalidad de su cobertura glaciar.

- Según la hipótesis expresada, la calibración del modelo, se realiza entonces para una situación de una cuenca andina sin cobertura glaciar, no obstante habiéndola tenido en antaño.
- ✚ Una vez hecha la calibración se aplica el modelo a las cuencas en estudio a fin de estimar el escurrimiento que estas tendrían sin cobertura glaciar. (Ver caja 2: Variables de ajuste Figura 2.5 y Figura 2.6)
- ✚ El siguiente paso previa a la aplicación y simulación de escenarios en la realización del forcing de la precipitación en el modelo calibrado, para así forzar al modelo a obtener como resultado el Escurrimiento histórico, valor que en diferencial respecto al Escurrimiento simulado sin cobertura glaciar, representaría según (Olmos C. 2011) el aporte glaciar u otra extracción o adición de volumen, aguas arriba del punto de control (ver desarrollo del modelo y la modificación propuesta para la realización del denominado forcing en subtítulo 3.1.2) (Ver caja 4: Forcing a  $E_{\text{aforado}}$  o estimado en balance de represas Figura 2.5 y Figura 2.6). Obtención de  $G_1$ .
- ✚ Un paso simultáneo o siguiente es la inclusión de los escenarios tanto de variabilidad climática como de cambio climático en la modelación (Ver caja 3: Escenarios Figura 2.5 y Figura 2.7)

**Figura 2.7: Introducción de los escenarios en la modelación del escurrimiento**

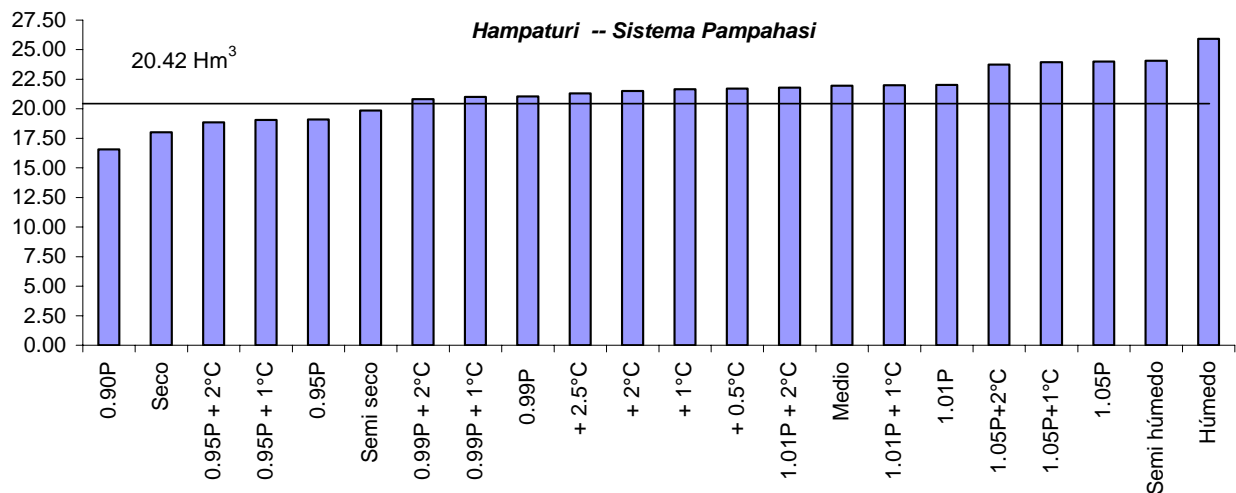


Fuente: Elaboración propia

- Los escenarios climáticos o el margen entre los cuales se espera la variación de la precipitación y de la temperatura en la zona de proyecto se esperaba sean asignados por una consultoría paralela del PRAA, sin embargo al no tenerlos se adoptaron los criterios de trabajo que son presentados en el subtítulo 4 de este informe).

- o Igualmente los escenarios de variabilidad climática fueron analizados por el consultor según los criterios presentados en el mismo subtítulo en su apartado 4.1.1.
- o La Figura 2.8 presenta un ejemplo del resultado que se espera obtener con la aplicación de escenarios de cambio climático y de variabilidad climática interanual en las cuencas en estudio. Nótese que éste gráfico compara estos dos tipos de escenario, pone en evidencia la importancia de su impacto relativo y los contrasta con el valor de demanda (Para el ejemplo Sistema Pampahasi: Demanda en fuente estimada 20.42 Hm<sup>3</sup>).

**Figura 2.8: Ejemplo del resultado esperado de la aplicación de escenarios a la modelación del escurrimiento de la cuenca**



La figura presenta **escenarios de cambio climático y de variabilidad climática** (Eje de abscisas X) respecto a su impacto en el escurrimiento (eje Y) ordenados de forma ascendente. (Aplicación en la cuenca Hampaturi)

Los **escenarios de cambio climático** representan la notación de Incremento de la temperatura (Ej. +2.5°C), disminución o incremento en la Precipitación (Ej. 1.01P ó 0.95P) o la combinación de estos.

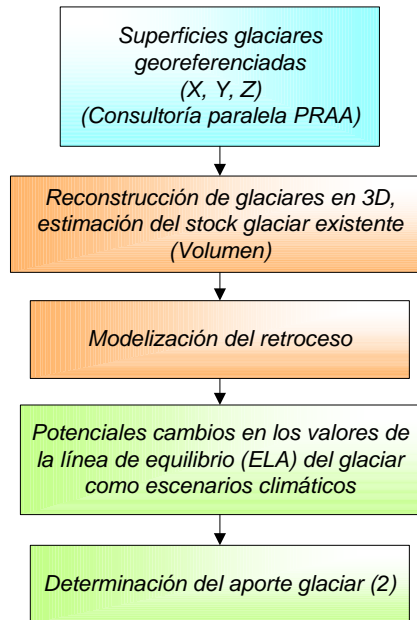
Los **escenarios de variabilidad climática**, denotan la categorización de años seco, semi seco, medio, semi húmedo o húmedo de acuerdo a los criterios presentados en el subtítulo 4.1.1.

La **línea negra** y el valor sobre ésta, representa la demanda del Sistema Pampahasi, comparada con la disponibilidad de agua en la cuenca analizada, afectada por los diversos escenarios analizados.

Fuente: Elaboración propia, incluido en Informe de avance N°2, Consultoría PRAA C. Olmos (2011)

- ✚ El siguiente paso de trabajo es la aplicación del Modelo Glaciar según procedimiento presentado en la siguiente figura y explicado en los párrafos sub siguientes:

**Figura 2.9: Pasos de Aplicación de los Modelos de Glaciares**

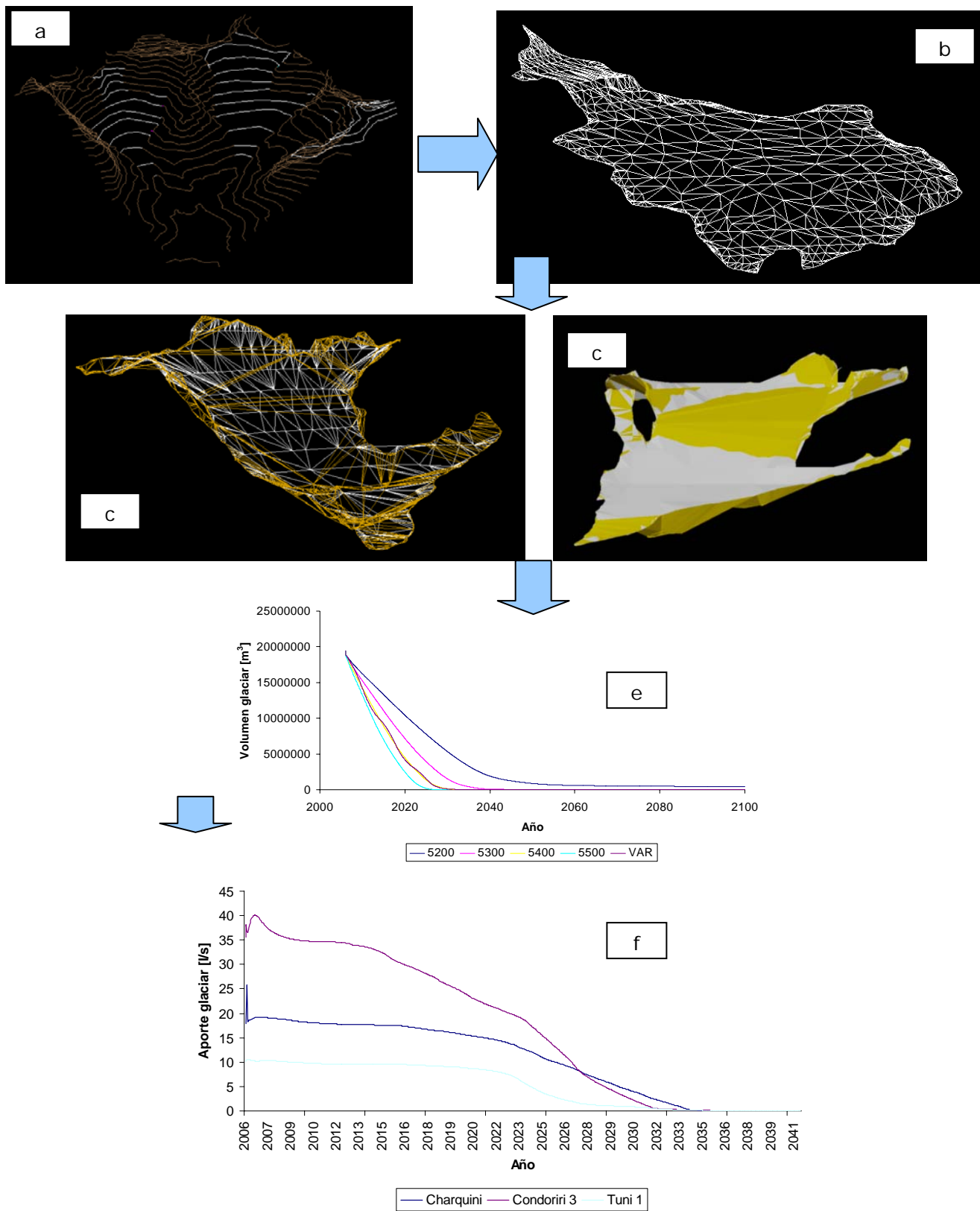


Fuente: Elaboración Propia

La Figura 2.10 presenta la esquematización del procedimiento de aplicación del modelo glaciar según la siguiente explicación:

- o a) Elaboración del MDT de los glaciares y su entorno (Tridimensional) a partir de imágenes satelitales.
- o b) Elaboración del MDT específico de la superficie del glaciar.
- o c) Aplicación del modelo glaciar (Farinotti D. et al. 2009) para la reconstrucción de su volumen en 3 dimensiones. Se construye la geometría del glaciar en 3 dimensiones a partir del MDT de su superficie.
- o d) Aplicación del modelo glaciar de retroceso: Simulación del retroceso del glaciar (pérdida de volumen) bajo distintos escenarios de variabilidad climática y cambio climático.
- o e) Cuantificación de la disminución del aporte glaciar representado en caudal.

**Figura 2.10: Esquematzación del procedimiento de aplicación del Modelo Glaciar**



Fuente: Elaboración Propia



En los siguientes subtítulos se desarrolla en forma sucinta los modelos que serán empleados propuestos para este servicio. Cabe señalar que la totalidad de estos modelos, tienen su base de formulación y aplicación en la investigación de Olmos (2011).

### 3 PRESENTACIÓN DE MODELOS

Esta metodología fue adaptada por Olmos (2011), a fin de que la misma pueda aplicar a nuestras cuencas fuente y que la misma sirva para determinar de forma aproximada la importancia del valor del aporte glaciar, respecto al valor total del escurrimiento de la cuenca.

#### 3.1 Modelo de Balance Hidrológico

##### 3.1.1 Balance Hidrológico aplicado a las cuencas del área en estudio en función a la disponibilidad de datos

El desarrollo del Modelo presentado a continuación se adaptó específicamente para las cuencas en estudio, su conformación (ver Figura 2.1) y los datos de monitoreo disponibles en éstas (ver Figura 2.4) y por la empresa de Operadora de Aguas.

Ecuación de balance para el periodo comprendido entre los tiempos  $t$  y  $(t+\Delta t)$

$$(1) \dots V_{(t+\Delta t)} = V_t + \Delta V$$

$$\Delta V = Vol_{in} - Vol_{out}$$

Donde:

$V_t$  : Volumen de agua en el sistema en el momento  $(t)$

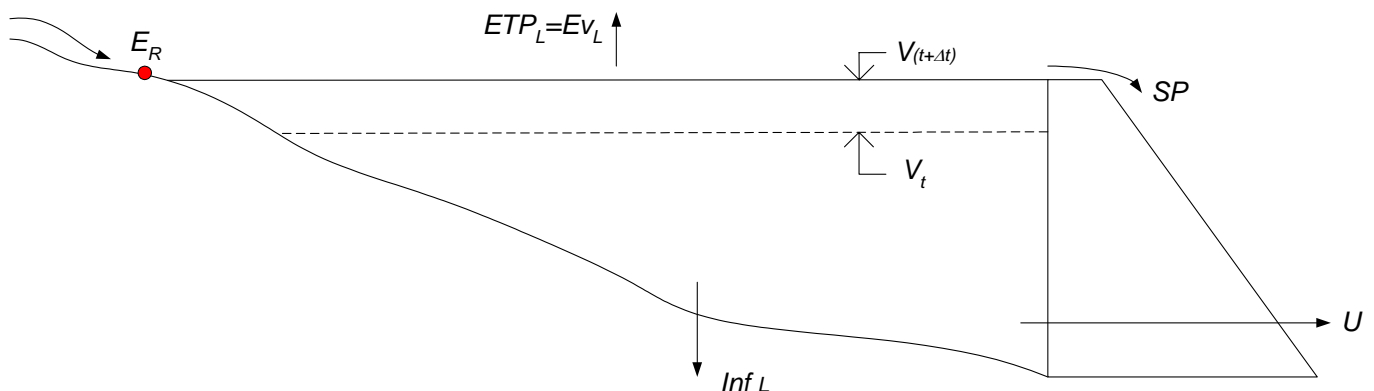
$V_{(t+\Delta t)}$  : Volumen de agua en el sistema en el momento  $(t+\Delta t)$

$\Delta V$  : Cambio de stock en el sistema durante el periodo  $\Delta t$

$Vol_{in}$  : Volumen de agua que llega en el periodo  $\Delta t$ .

$Vol_{out}$  : Volumen de agua que sale en el periodo  $\Delta t$ .

El balance de la represa se traduce en el esquema siguiente:



### **Balance de represa :**

Donde:

$E_R$ = Escurrimiento proveniente de la cuenca, que ingresa a la represa.

$U$ = Volumen de agua enviado a la planta de tratamiento de aguas.

$SP$ = Volumen que rebosa de la represa

$Inf_L$ = Infiltración del lago de represa

$ETP_L$ = Evapotranspiración del lago de represa

$$ETP_L = Ev_L + Tv_L$$

$Ev_L$ = Evaporación proveniente de la superficie (suelos o del agua) Zona de la represa

$Tv_L$ =Transpiración vegetal (sobre el lago de la represa)

$Tv_L=0$  (despreciable sobre el lago de la represa)

$$ETP_L = Ev_L$$

Despreciando el aporte de precipitaciones (**P**) sobre la represa (en relación a la cuenca), tenemos para el balance de represa para el periodo ( **$\Delta t$** ) :

$$V_{t+\Delta t} = V_t + E_R - U - SP - Inf_L - ETP_L$$

$$(1a)... E_R = V_{t+\Delta t} - V_t + U + SP + Inf_L + ETP_L$$

Gracias a toma de datos hechos por EPSAS en las cuencas que albergan las represas y alrededor de estas conocemos las variables siguientes:

*Nivel del lago de represa en el momento  $t$ , el nivel del lago de represa en el momento  $t+\Delta t$ , el volumen de agua enviado a la planta de tratamiento de aguas (**U**) y las excedencias que se echan por el vertedero de excedencias (**SP**).*

*El cálculo de los volúmenes en represa, en los momentos  $t$  et  $t+\Delta t$ , son calculadas gracias a las curvas elaboradas por EPSAS, mismas que relacionan el nivel de represa con su volumen en stock.*

*Si llamamos ( **$E_B$** ) al balance de agua durante el intervalo  $\Delta t$ , (**2**), mismo que es calculado a partir de los datos que EPSAS dispone.*

$$(2) \quad E_B = V_{t+\Delta t} - V_t + U + SP$$

(2) en (1a)

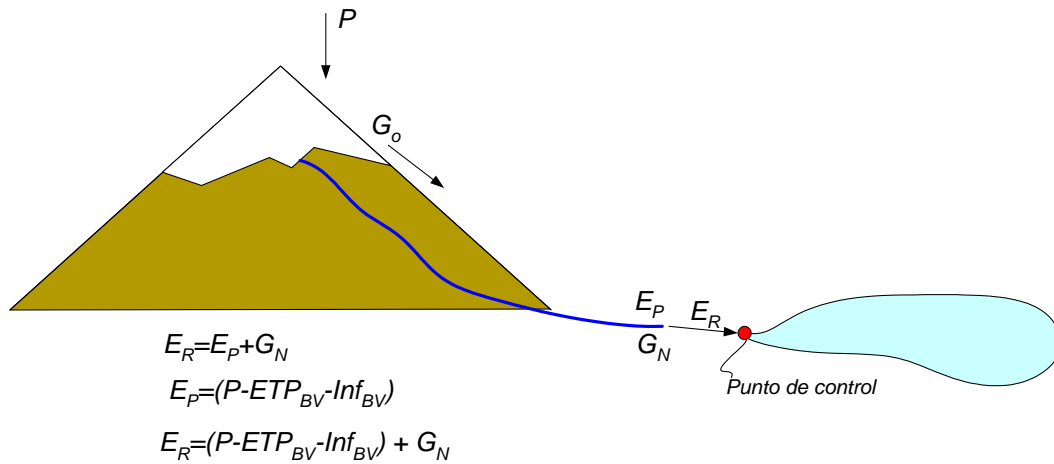
$$(3) \quad E_R = E_B + Inf_L + ETP_L$$

**Escurrimiento a la entrada de la represa ( $E_R$ ):**

Si un glaciar se encuentra en la cabecera de una cuenca, el aporte de agua de ésta, proviene tanto de las precipitaciones (**P**), como de la fusión glaciar, la cual es simbolizada como **G<sub>o</sub>**.

**Respecto a las precipitaciones:** Debido al efecto de la evapotranspiración (**ETP<sub>BV</sub>**) y de la infiltración hacia el suelo (**Inf<sub>BV</sub>**) a lo largo del escurrimiento, el volumen total medido en el punto de control (**E<sub>p</sub>**) no es igual al volumen de agua que ingresa a la cuenca aguas arriba del punto de control (Evapotranspiración e infiltración afectan tanto a los aportes en precipitación, como al aporte glaciar que tiene la cuenca, tal como se verifica en el siguiente párrafo).

**Respecto al aporte glaciar** en el punto de control, se mide un valor de escurrimiento que contiene el aporte glaciar neto **G<sub>N</sub>**, el cual ha sido ya afectado por la infiltración y evapotranspiración, en su recorrido desde el pie del glaciar donde se tiene un valor de aporte glaciar bruto **G<sub>o</sub>**.



$$(4) \quad E_R = P - ETP_{BV} - Inf_{BV} + G_N$$

Donde:

$E_R$ = Escurrimiento que llega al punto de control

$P$ = Precipitación

$G_o$ = Aporte glaciar aguas arriba de la cuenca, al pie del glaciar

$G_N$ = Aporte glaciar neto que llega al punto de control (sobre el río que recoge el escurrimiento de la cuenca)

$ETP_{BV}$ = Evapotranspiración al interior de la cuenca

$Inf_{BV}$ = Infiltración del agua en el suelo de la cuenca (aprovisionamiento de la napa freática, aguas subterráneas)

$$(3) = (4)$$

$$P - ETP_{BV} - Inf_{BV} + G_N = E_B + Inf_L + ETP_L$$

$$(5) \quad E_B = P - (ETP_{BV} + ETP_L) - (Inf_{BV} + Inf_L) + G_N$$

En el caso donde no se tiene aportes de origen glaciar ( $G_N=0$ ) se puede escribir las ecuaciones de la siguiente forma

$$(5a) \quad E_{B00} = P - (ETP_{BV} + ETP_L) - (Inf_{BV} + Inf_L)$$

#### **Aplicación del método de Balance Hídrico de Thornwaite:**

A fines de cálculo del escurrimiento del escurrimiento de origen glaciar neto ( $G_N$ ) se utiliza como herramienta el método de Thornwaite, mismo que permite estimar el escurrimiento de la cuenca a partir de la precipitación ( $P$ ), de la estimación de la evapotranspiración ( $ETP$ ) y del intercambio de agua superficiales con aguas de flujo hipodérmico ( $N$ ) en la cuenca (Villón M. 2002).

$$(6) \quad E_{TW} = P - ETP_{TW} \pm N_{TW}$$

$E_{TW}$  = Escurrimiento Thornwaite

Para el cálculo de  $ETP_{TW}$ , Thornwaite propone las ecuaciones que son presentadas a partir de las ecuaciones (10 - 12).

La estimación de ( $N$ ) se la realiza en un paso de tiempo ( $\Delta t$ ), teniendo en cuenta el nivel de saturación de la zona racinaria (suelo que alberga las raíces, mismo que limitaría el suelo fértil de los depósitos en la cuenca, esta zona estaría delimitada por el valor medio de la profundidad a la cual llegan las raíces en la cuenca). Dentro de esta zona se asume la hipótesis que el escurrimiento se la realiza de forma hipodérmica.

Si se acepta las hipótesis de:

$$(6'') \quad ETP_{TW} \approx ETP_{BV} + ETP_L \quad \text{y} \quad N_{TW} \approx Inf_{BV} + Inf_L$$

$$(6a)... E_{TW} = E_{B00}$$

Entonces:

(5a en 5)...

$$(6b)... E_B = E_{B00} + G_N$$

(6a en 6b)...

$$(6c)... E_B = E_{TW} + G_N$$

$$G_N = E_B - E_{TW}$$

$$\text{Si (7)} \quad R = \frac{E_{TW}}{E_B}$$

$$\text{(8)} \quad G_N = E_B(1 - R)$$

### Consideraciones sobre R y G<sub>N</sub>

En las ecuaciones (7 y 8), **R**, determina la proporción del escurrimiento (**E**) que corresponde al aporte glaciar neto (**G<sub>N</sub>**).

*Por ejemplo si R=1, el aporte del glaciar es cero.*

### Aporte de origen glaciar al pie de éste (G<sub>o</sub>)

Para fines de determinación del valor de aporte glaciar en la parte alta de la cuenca, es decir al pie del glaciar mismo (**G<sub>o</sub>**), se parte de la hipótesis siguiente:

El parámetro **E<sub>R</sub>** es el escurrimiento real que llega al punto de control, el cual puede ser estimado a través de la ecuación (2), en el caso de una cuenca que cuenta la regulación de una represa... Para una cuenca que no presenta este tipo de regulación deberían tenerse puntos de control de caudales los cuales representarían el punto de control...

El cálculo del escurrimiento (**E<sub>R</sub>**) comprendería dos partes: el escurrimiento total sobre la cuenca y el escurrimiento de proveniente del glaciar.

### 3.1.2 Balance Hidrológico modificado, "forcing" del valor de E, para obtener G

El escurrimiento en la cuenca es dependiente de **P**, de **N** y de **ETP**, de forma muy similar al aporte glaciar que llega al punto de control (**G<sub>N</sub>**), el cual depende del aporte glaciar al pie de éste (**G<sub>o</sub>**), de **N** y de **ETP**:

$$\text{(9a)} \quad E_R = E\{P, ETP, N\} + G_N\{G_o, ETP, N\}$$

El método de Thornwaite depende igualmente de la precipitación, de **N** y de **ETP**, pero no del aporte en agua de los glaciares

$$\text{(9b)} \quad E_{TW} = F\{P, ETP, N\}$$

Ahora bien, hipotéticamente un escurrimiento de Thornwaite que tendría en cuenta el aporte glaciar al pie de éste sería dependiente de **P**, **ETP**, **N** y también de **G<sub>o</sub>**:

$$\text{(9c)} \quad E_{TW+G} = F\{(P + G_o), ETP, N\}$$

La metodología se basa en buscar forzar **P** con un valor **fo** (para cada periodo de tiempo de cálculo) **(9d)** para que sea posible la igualdad  **$E_{TW} = E_R$** . **(9e)** con lo cual se obtendrá:

$$(9d) \quad E_{TW+G} = F\{(P + (fo)), ETP, N\}$$

$$(9e) \quad fo \Rightarrow E_{TW} = E_R$$

$$(9f) \quad G_o = fo$$

El valor de **G<sub>o</sub>** representa el aporte del glaciar aguas arriba de la cuenca, mismo que es independiente de la precipitación.

**Los algoritmos del método de balance de Thornwaite son:** (Villón M. 2002)

$$(10) \quad ETP'' = 16 \left( 10 \frac{t}{I} \right)^a$$

*ETP'' = Evapotranspiración mensual en mm para un mes de 30 días y 12 horas de insolación directa.*

*t = Temperatura media mensual °C*

$$I = \sum i$$

$$i = \left( \frac{t}{5} \right)^{1.514}$$

*I = índice térmico anual*

*a = Coeficiente que varía en función del índice térmico anual*

$$a = 0.6751 \times 10^{-6} I^3 - 0.771 \times 10^{-4} I^2 + 0.01792 I + 0.49239$$

El valor de la **ETP''** es afectado por los coeficientes de latitud y de exposición solar efectivo de la zona (esta última modificación de Olmos 2011).

$$(11) \quad ETP = C_l * C_e * ETP''$$

Para la zona de estudio tendríamos entonces:

C<sub>i</sub>: Coeficiente de latitud (Latitud 16°) a partir de tablas (Villón M. 2002).

Janv	Févr	Mars	Avr	Mai	Juin	Juil	Août	Sept	Oct	Nov	Déc
1.12	0.98	1.05	0.98	0.98	0.94	0.97	1	1	1.07	1.07	1.12

$C_e$  = Exposición solar (duración en número de horas) durante las cuales el total de la cuenca está expuesta directamente al sol sin sombra

$$(12) \quad C_e = \frac{Hr}{12}$$

$Hr$  = Exposición solar del total de la cuenca por día.

El balance de Thornwaite toma en cuenta una zona de circulación de agua subsuperficial que corresponde al espesor de la zona racinaria vegetal. Esta zona es equivalente a la profundidad a la cual llegan las raíces de la vegetación presente en la cuenca.

Se considerará una zona racinaria (Z) = 50 cm de acuerdo a las estimaciones de Caballero (Caballero Y. 2001).

### **Escala temporal de aplicación**

Periodo : los resultados se consideran de mayor fiabilidad cuando se trabaja con periodos sucesivos (Ven Te Chow 1994; Villón M. 2002)

Escala de tiempo: Diaria y mensual En el primer caso se tiene una escala de tipo prospectiva para el balance de calibración, en la segunda escala es decir la mensual, se tiene una escala de trabajo real.

### **Simulación de escenarios**

Una vez calibrado el modelo para la época presente, se realizará perturbaciones de la precipitación y temperatura, a fin de simular la sensibilidad de la respuesta del escurrimiento a estos. Tanto en situación de escurrimiento que tengan en cuenta la situación con o sin glaciar. (Ver subtítulo 4 ESCENARIOS CLIMÁTICOS)

### **3.1.3 Consideraciones sobre las mediciones, hipótesis y su consiguiente introducción de valores de error**

En el presente inciso se trata de analizar de forma objetiva los factores que potencialmente incluyen errores en la metodología propuesta, incluidos tanto en la medición de parámetros, como en las hipótesis de simplificación realizadas en la formulación del modelo.

Este análisis considera además las limitaciones que tiene la empresa operadora, que a pesar de tener una voluntad de mejora, está limitada por la logística que se precisaría para la realización de estas mejoras en cuenca y las consiguientes inversiones que se debería realizar para la obtención de mediciones de mayor precisión<sup>5</sup>. Por otro lado queda igualmente planteada la cuestionante sobre el grado de precisión necesario en los resultados para la toma de decisiones del operador versus a las inversiones que precisaría realizar el operador en las cuencas.

### **3.1.3.1 Mediciones realizadas por EPSAS:**

- **Curvas Altura – Volumen:** La estimación del volumen de almacenado en las represas es realizado mediante el uso de estas curvas, las cuales en algunos de los casos fueron actualizadas a finales de los años 90 (Incachaca y Tuni).
  - Teóricamente la actualización de estas curvas debería ser una labor periódica para obtenerse un valor más fiable del volumen almacenado en los reservorios. Sin embargo es preciso señalar que su costo de actualización es prohibitivo ya que se debe realizar una batimetría en el vaso de presa, que generalmente demanda una considerable inversión. Igualmente una vez realizada dicha labor la introducción de errores en la elaboración del MDT del reservorio puede introducir errores en la curva.
- **Cuantificación del agua despachada a plantas:** EPSAS en algunos de los casos cuantifica el agua despachada de las represas en las plantas, aspecto que no considera las pérdidas en el trayecto de la aducción, por lo cual en este caso se estaría subestimando la extracción del agua por este motivo y por ende incrementando el valor del escurrimiento estimado por balance de salidas y diferencia de stock.
  - La mejora de este aspecto implicaría la dotación de elementos de medición al inicio de las aducciones o la mejora de los que se tiene en la actualidad, sin embargo este aspecto está ligado a una inversión que puede ser prohibitiva para el Operador, ya que sus prioridades se dan en el servicio de la red. Sin embargo en contramano es un aspecto necesario a ser tomado en cuenta a futuro.

---

<sup>5</sup> EPSAS es una empresa que por definición empresarial, tiene un objetivo de servicio social y por ende la mayor parte de sus inversiones están destinadas a la mejora del servicio de provisión de agua potable y disposición de excretas, quedando un margen económico estrecho para inversiones de monitoreo. Sin embargo, estas inversiones hoy en día cobran más importancia respecto a los potenciales impactos del cambio climático que pueden disminuir los recursos disponibles, en el sentido que un manejo “gota a gota” se está haciendo necesario respecto a la escasez del recurso, el aumento de la demanda y los potenciales impactos del CC en los recursos. Ambos aspectos: la mejora en el servicio, en su cobertura, respecto al manejo de los recursos se contraponen y se ponen en una balanza el momento de la toma de decisiones en cuanto a inversiones.



- Cuantificación del rebalse (ecuaciones de vertederos): La cuantificación del rebalse es realizada por la ecuación universal de vertederos y se hace mediciones de forma discreta (es decir una vez en el día).
  - Se consideraría necesaria la verificación de la fiabilidad de las ecuaciones empleadas, ya que la totalidad de los vertederos emplea una sola ecuación. Para esta verificación se precisaría campañas de aforo y calibración de la ecuación de vertederos en época de rebalse. En algunos casos como Tuni, estas épocas de rebalse no son comunes, en otros la accesibilidad al vertedero es complicada y peligrosa, en otros casos son labores que se concentrarían en un tiempo de labor (época de lluvias) que es complicado para las plantas de producción ya que la empresa operadora, centra sus esfuerzos en emergencias. El periodo de rebalse coincide con la época de lluvias, la cual dificultaría aún más esta labor.
  
- Representatividad de la medición de la Precipitación
  - La medición de la precipitación es realizada en pluviómetros localizados en las cercanías de las viviendas de los operadores de las represas, observando que la principal premisa de estos es la operación de los embalses. Ahora bien estos puntos de medición se encuentran a la altura del punto de control, es decir en los puntos más bajos y al borde inferior de la unidad de análisis, en este sentido se cuestiona la representatividad de la medición, observando la extensión de la cuenca y las alturas a las cuales llegan las montañas que marcan las divisorias de aguas. Esta situación plantea un cuestionamiento sobre la representatividad espacial y altitudinal de esta medición.
  - El colocar pluviómetros manuales en las partes altas de las cuencas implicaría en la mayoría de los casos, la dedicación exclusiva de los operadores a realizar estas mediciones en distancias considerables (longitud y altura), en condiciones que no son las más óptimas y con una inversión adicional para el operador en cuanto a equipo y personal.
  - Igualmente la experiencia del IRD en estas cuencas en sus investigaciones en los glaciares de la zona, en cuanto al uso de estaciones automáticas ha demostrado que éstas son sujeto frecuente de robos, observando que el equipo de las estaciones es costoso y especializado. El objeto de mayor cantidad de robos son los paneles solares, que son igualmente costosos. La reposición de estos equipos no es inmediata, los robos incluyen muchas veces equipo de almacenamiento de datos y por ende pérdida de estos, provocando vacíos en el registro que se precisa sea extenso y continuo.

- Si bien es discutible la representatividad de los datos de precipitación, es preciso contraponer el hecho de la dificultad de densificar la red de medición.

Respecto a los datos disponibles del operador, es necesario destacar la continuidad de sus series (diarias), ya que si bien no es la ideal en cuanto a extensión de registro o densidad espacial es el único registro que se tiene a lo largo de la totalidad de la Cordillera Boliviana, de esta naturaleza, por lo tanto es una información por demás valiosa comprendida en una base de datos sólida, consolidada y continua desde el año 2000 a la fecha.

### **3.1.3.2 Simplificaciones hechas en la formulación del modelo**

- En la ecuación (6'') se asume la hipótesis de:  $ETP_{TW} \approx ETP_{BV} + ETP_L$ 
  - Si bien la Evapotranspiración comprende las pérdidas totales por evaporación de la superficie evaporante (agua y suelo) mas la transpiración de las Plantas (Villón M. 2002), la evaporación de los reservorios tiene un tratamiento especial, la cual podría verificarse a través de mediciones en un evaporímetro. Ahora bien, no se cuenta con este equipo en las estaciones del Operador, sin embargo su instalación sería recomendable.
- Igualmente En la ecuación (6'') se asume la hipótesis  $N_{TW} \approx Inf_{BV} + Inf_L$ 
  - Una forma más correcta de medir este parámetro es el conocimiento del terreno el tipo de suelo y la confirmación de estratos, tanto a lo largo de la cuenca, como en el sitio del vaso de la presa. Es preciso recordar que la metodología de Thornwaite asume una porción del escurrimiento que se infiltra, de la cual una porción de ésta se difiere al siguiente periodo como escorrentía subsuperficial y otra se pierde como infiltración profunda. El conocimiento del suelo podría mejorar la precisión de esta hipótesis y contribuir a determinar las pérdidas (o recargas del acuífero) por infiltración profunda con mayor precisión.

### **3.1.3.3 Parámetros asumidos para la modelación**

- Evapotranspiración de Thornwaite versus modelo de Penman-Monteith (Recomendado por la FAO (1988))
  - En la zona de trabajo, se ha comprobado que la aplicación del modelo de Penman – Monteith para la estimación de ETP es más correcta y precisa que la de Thornwaite (Molina J., 2010, Comunicación personal). Sin embargo al respecto se tiene una limitante sobre la información y datos requeridos por este modelo [http://crea.uclm.es/siar/metodologia/calculo\\_penmanmon.php](http://crea.uclm.es/siar/metodologia/calculo_penmanmon.php). Aspecto que nuevamente crea la disyuntiva entre el uso de un modelo más

preciso pero que introduce una mayor incertidumbre por la falta de datos y la necesidad de asumir muchos de estos, o un modelo aproximado, simple no muy exigente en datos para el cual se cuenta con estos, pero que permita describir con una buena precisión la dinámica hidrológica de la cuenca simulada. Para fines de este proyecto y al tratarse de modelos exploratorios descriptivos, que son propuestos para que sean mejorados a futuro, se asume este último criterio.

- Número de Horas de incidencia solar y Profundidad de la zona racinaria
  - Estos son datos asumidos según la bibliografía consultada, los cuales son muy importantes y sensibles en su uso en el modelo respecto a los valores del resultado del escurrimiento.

## **3.2 Modelo Físico Glaciar**

### **3.2.1 Modelo descriptivo de la física glaciar**

Los glaciares de la zona boliviana de la cordillera de Los Andes presentan una proporción baja entre profundidad (H) y longitud (L) ( $20\text{ m} < H < 90\text{ m}$  et  $300\text{ m} < L < 1300\text{ m}$ ). Igualmente en estos se verifica en la zona de acumulación un valor de pendiente  $S= 0.20$  (con valores de pendiente comprendidos entre 0.1 y 0.6). Igualmente apoyados en las experiencias de modelización de (Olmos C. 2011) se observa que el rozamiento basal, es despreciable en estos glaciares.

Las anteriores consideraciones, forman parte de las hipótesis necesarias para realizar una modelación glaciar de tipo físico bajo la hipótesis de SIA, (Shallow Ice Approximation, Aproximación de la capa delgada)

Una simulación realizada con diferentes tipos de modelos físicos de glaciar (High-order et SIA) realizada por Pattyn (2002) a demostrado que el nivel de respuesta sobre cambios en el balance de masa es despreciable. Igualmente el investigador demostró que el comportamiento no lineal del flujo glaciar (simulado por un modelo Higher order), provoca un retardo de 10% en el tiempo de transporte de la masa glaciar, respecto a la respuesta de un modelo SIA.

Tomando en cuenta los aspectos antes referidos, se asume la posibilidad de la aplicación de un modelo basado la aproximación SIA, en esta región.

A continuación se presenta las bases matemáticas de formulación del modelo.

El punto de partida del modelo es la ecuación de continuidad (1) que describe el cambio de espesor del glaciar (H) en el tiempo (t), en función del campo de velocidades y del balance de masa (BM)

$$(1) \quad \frac{\partial H}{\partial t} = -\nabla(\vec{u}H) + BM$$

$H$ : espesor del hielo [m]

$t$ : tiempo [a]

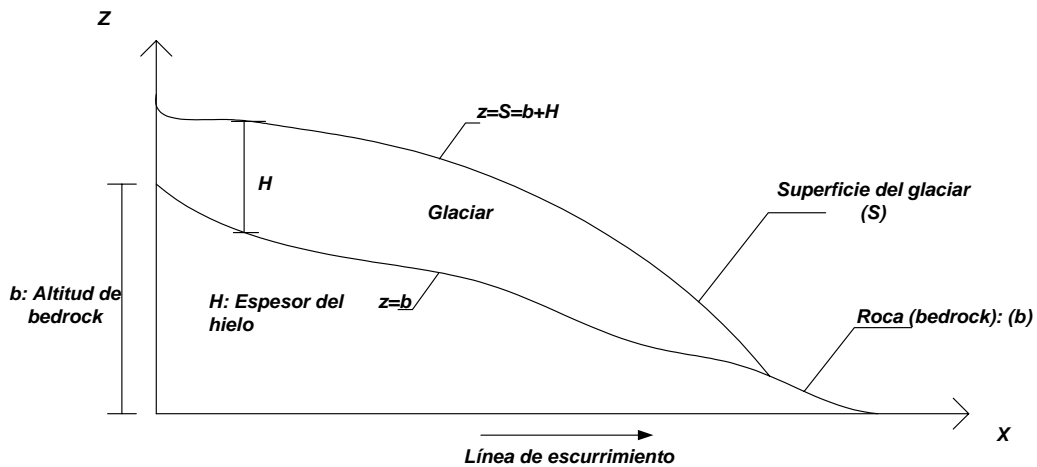
$\vec{u}$ : campo de velocidades [ $m a^{-1}$ ]

$BM$ : balance de masa [ $m a^{-1}$ ]

Si se considera un modelo en dos dimensiones (2D), tomando en cuenta el eje  $x$  como la línea de escurrimiento del glaciar y el eje  $z$  como la referencia de la altitud del perfil glaciar y de su espesor, se simplifica la ecuación de la siguiente forma:

$$(2) \quad \frac{\partial H}{\partial t} = -\frac{\partial(\vec{u}H)}{\partial x} + BM$$

**Figure 3.1 : Ejes de referencia**



Si se desprecian los términos de aceleración, la fuerza de Coriolis y la aceleración gravitacional para las dos direcciones horizontales, la conservación del impulso se escribe de la siguiente forma:

$$(3) \quad \frac{\partial T_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial T_{xz}}{\partial z} = 0$$

$$(4) \quad \frac{\partial T_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial T_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial T_{yz}}{\partial z} = 0$$

$$(5) \quad \frac{\partial T_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial T_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial T_{zz}}{\partial z} = \rho g$$

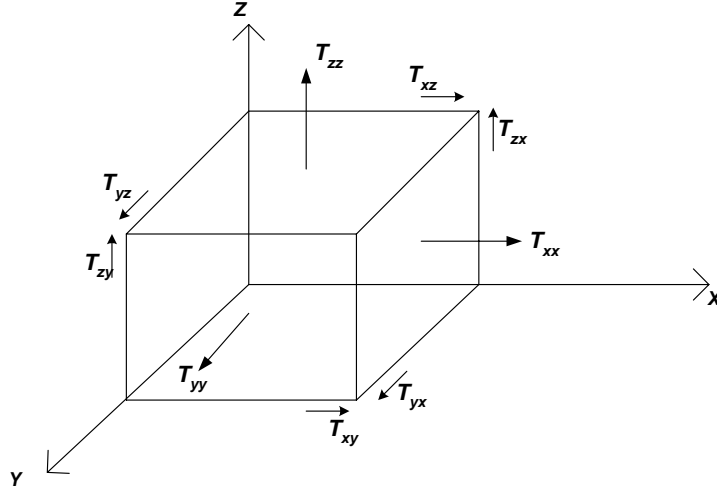
$T_{ii}$  : tensión normal que actúa en la dirección  $i$  sobre el plano perpendicular a la dirección  $i$  [ $N m^{-2}$ ]

$T_{ij}$  : tensión cortante que actúa en la dirección  $i$  sobre el plano perpendicular a  $j$  [ $N m^{-2}$ ]

$\rho$  : densidad del hielo [ $kg m^{-3}$ ]

$g$  : aceleración de la gravedad [ $m s^{-2}$ ]

**Figure 3.2 : Estado de Tensiones al interior de un glaciar**



En la ecuación (5), los gradientes horizontales de las tensiones de corte  $T_{zx}$  y  $T_{zy}$ , pueden ser despreciadas, respecto a la relación o proporción del gradiente vertical de la tensión normal (aproximación hidrostática):

$$(6) \quad \frac{\partial T_{xx}}{\partial x}, \frac{\partial T_{zy}}{\partial y} \ll \frac{\partial T_{zz}}{\partial z}$$

Igualmente solo considerando el flujo en la dirección  $x$ , el sistema de ecuaciones (3)-(5) se convierte en:

$$(7) \quad \frac{\partial T_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial T_{xz}}{\partial z} = 0$$

$$(8) \quad \frac{\partial T_{zz}}{\partial z} = \rho g$$

Integrando la ecuación (8) desde la superficie hasta la altitud  $z$  se obtiene:

$$(9) \quad \int_z^s T_{zz} dz = T_{zz}(s) - T_{zz}(z) = \rho g \int_z^s dz$$

Si se considera una superficie libre que no esta sometida a ninguna tensión, donde la presión atmosférica y el rozamiento del viento son despreciables, se tiene que:

$$(10) \quad T_{zz}(z) = -\rho g(s - z)$$

Como las tensiones son independientes de la dirección, es posible transcribirlas en función de las tensiones directoras. Incluyendo una condición de isotropía., es posible retirar el término relativo a la presión, entonces las tensiones directoras, pueden escribirse de la siguiente forma (para  $i=j$ ):

$$\sigma_{ii} = T_{ii} - \frac{1}{3}(T_{xx} + T_{yy} + T_{zz})$$

Para la dirección del flujo en x y añadiendo la ecuación (10) a la precedente, tenemos:

$$(11) \quad \sigma_{xx} = \frac{2}{3}T_{xx} - \frac{1}{3}T_{yy} + \frac{1}{3}\rho g(s - z)$$

De forma similar se tendría para y:

$$(12) \quad \sigma_{yy} = \frac{2}{3}T_{yy} - \frac{1}{3}T_{xx} + \frac{1}{3}\rho g(s - z)$$

A partir de las expresiones (11) y (12), obtenemos una relación entre la tensión normal en x y las con tensiones directrices.

$$(13) \quad T_{xx} = 2\sigma_{xx} + \sigma_{yy} - \rho g(s - z)$$

Las tensiones de corte son invariables, es decir que  $T_{xz} = \sigma_{xz}$ . Considerando el flujo únicamente en la dirección x, entonces ,  $\sigma_{yy} = 0$ .

Luego derivando la ecuación (13) respecto a x y combinando la nueva ecuación con la (7) se obtiene:

$$(14) \quad 2 \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} = \rho g \frac{\partial s}{\partial x}$$

Según la hipótesis de SIA, las tensiones longitudinales son despreciables respecto a las tensiones de corte. Se obtiene así, el balance de fuerzas cuando el escurrimiento se realiza en dirección x (línea de flujo):

$$(15) \quad \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} = \frac{\rho g \partial s}{\partial x}$$

Integrando la ecuación (15) entre s y z y considerando que en la superficie las tensiones son nulas o despreciables, tenemos la expresión de la tensión de corte vertical:

$$(16) \quad \sigma_{xz}(z) = -\rho g (s - z) \frac{\partial s}{\partial x}$$

Para establecer la relación entre las tensiones y el campo de velocidades, se incorpora la ley de flujo de Glen, misma que rige el flujo en el hielo policristalino, como una ecuación constitutiva.

**Ecuación constitutiva :**

Para la deformación en x debido a la tensión en z, según SIA, en la línea de flujo se tendría:

$$(17) \quad \dot{\varepsilon}_{xz} = A(T) \sigma_{xz}^n$$

$\dot{\varepsilon}_{xz}$  : tasa de deformación en el sentido x debido a la tensión en la dirección de z.

n : exponente de la ley de flujo de Glen (n=3 ; Paterson, 1994)

A(T) : parámetro de la ley de flujo dependiente de la temperatura [Pa<sup>-n</sup> año<sup>-1</sup>]

Por definición, las tasas de deformación tienen una relación con las gradientes de velocidad :

$$\begin{pmatrix} \dot{\varepsilon}_{XX} & \dot{\varepsilon}_{XY} & \dot{\varepsilon}_{XZ} \\ \dot{\varepsilon}_{YX} & \dot{\varepsilon}_{YY} & \dot{\varepsilon}_{YZ} \\ \dot{\varepsilon}_{ZX} & \dot{\varepsilon}_{ZY} & \dot{\varepsilon}_{ZZ} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) & \frac{\partial w}{\partial z} \end{pmatrix}$$

Entonces, la tasa de deformación en el sentido del flujo será :

$$(18a) \quad \dot{\epsilon}_{xz} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)$$

Según la aproximación hidrostática, las gradientes horizontales de la velocidad vertical son bajas, respecto a la gradiente vertical de la velocidad horizontal:

$$\frac{\partial u}{\partial z} \gg \frac{\partial w}{\partial x}$$

Entonces (18a), se puede escribir como :

$$(18b) \quad \dot{\epsilon}_{xz} = \frac{1}{2} \frac{\partial u}{\partial z}$$

Poniendo en relación las ecuaciones (16), (17) et (18b) se tiene:

$$(19) \quad \frac{\partial u}{\partial z} = -2A(T) \left( \rho g (s - z) \frac{\partial s}{\partial x} \right)^n$$

Integrando (19) desde la base b, hasta una altitud z, se obtiene:

$$(20) \quad \int_b^z \frac{\partial u}{\partial z} dz = u(z) - u(b) = -2A(T) (\rho g)^n \left( \frac{\partial s}{\partial x} \right)^n \int_b^z (s - z)^n dz$$

De la figura Figure 3.1, s = H+b, donde:

$$(21) \quad u(z) - u(b) = \frac{2A(T)}{n+1} (\rho g)^n \left( \frac{\partial s}{\partial x} \right)^n \left[ (H + b - z)^{n+1} - H^{n+1} \right]$$

Para obtener la velocidad media en el sentido del flujo, sobre la columna z, se integra (21) desde la base a la superficie del glaciar:

$$(22) \quad \bar{u} - u(b) = -\frac{2A(T)}{n+2} (\rho g)^n \left( \frac{\partial s}{\partial x} \right)^n H^{n+1}$$

Para un valor de n = 3 y una velocidad nula (sin frotamiento basal), se obtiene:

$$(23) \quad \bar{u} = -\frac{2A(T)}{5} (\rho g)^3 \left( \frac{\partial s}{\partial x} \right)^3 H^4$$



Esta ecuación representa la velocidad, misma que es el primer término de la ecuación (2) utilizando la aproximación SIA, en la dirección de (X).

Respecto al Balance de masa se elaborará una parametrización similar a la hecha por Pattyn (2002) para sus análisis sobre los glaciares de Arolla en Suiza y por Delcourt (2008) sobre el glaciar Mc Call, en Alaska :

$$(24) \quad BM = \beta Z + a$$

donde  $\beta$  es el gradiente altitudinal del balance de masa (Oerlemans J. 2008)

Un balance de masa nulo ( $BM = 0$ ) significa que existe un equilibrio entre pérdidas y acumulación:

$$(25) \quad Z = -\frac{a}{\beta} = ELA$$

La línea de equilibrio (ELA) es un nivel de altitud de referencia muy importante para los estudios de balance de masa (Paterson W.S.B. 1994) ya que ellos representan una altitud en la que el glaciar presenta por debajo de ELA, un balance negativo y por encima de esta un balance positivo.

Si se formula el balance en función de ELA, para una condición de equilibrio, se obtendrá el segundo término de la ecuación (2)

$$(26) \quad BM = \beta(Z - ELA)$$

### 3.2.2 Reproducción de espesores glaciares por simulación matemática inversa

Farinotti (2009) propone un método de estimación de espesores de hielo del glaciar basado sobre el cálculo del balance de flujo glaciar sobre la tensión principal en la dirección de flujo, denominada tensión directriz. (Paterson W.S.B. 1994).

Al respecto Paterson (1994) así como Farinotti (2009) observan que cuando el flujo glaciar se considera en un modelo hecho para dos capas paralelas la relación del flujo de Glen, puede ser integrada para calcularse el espesor del hielo.

De acuerdo a Farinotti (2009) el espesor del hielo puede ser estimado en cualquier lugar de la línea de flujo, calculando el valor medio del flujo del hielo en este punto ( $u_i$ ). este proceso es interactivo, proponiéndose para el cálculo la siguiente expresión:

$$(29) \quad H_i = \sqrt[n+2]{\frac{\bar{u}_i}{2A(T)} \frac{n+2}{(C\rho g \sin\alpha)^n}}; \text{ (Farinotti D. et al. 2009)}$$

Para la aplicación de esta expresión, se analiza brevemente el origen de estas ecuaciones, a partir de la física de glaciares, basados en los conceptos de flujo glaciar:

El balance de flujo para toda la superficie del glaciar es:

$$(30) \quad B.Flux = \iint_S BM \, dx \, dy = \bar{u}_{bal} H$$

Entonces

$$(31) \quad \bar{u}_{bal} = \frac{B.Flux}{H}$$

se obtiene una igualdad de la velocidad del balance de flujo y la velocidad deducida gracias a la simplificación de SIA (23). Si reemplazamos esta ecuación en (31), tenemos:

$$(32) \quad \bar{u}_{bal} = \bar{u}$$

$$\bar{u}_{bal} = \frac{B.Flux}{H} = -\frac{2A(T)}{5} (\rho g)^3 \left( \frac{\partial s}{\partial x} \right)^3 H^4$$

$$(33) \quad H^5 = \frac{5B.Flux}{2A(T)(\rho g)^3 \left( \frac{\partial s}{\partial x} \right)^3}$$

La expresión es similar a la de Farinotti para un valor de n=3

Se observa que existe una diferencia entre las dos ecuaciones : Farinotti (2009) aplica un coeficiente C que representa la resistencia al flujo basal

### **3.2.3 Consideraciones sobre las hipótesis y su consiguiente introducción de valores de error**

#### **3.2.3.1 Consideración de la Aproximación Shallow Ice versus un modelo de Full Stockes (Higher Order)**

- Al respecto se reitera lo aseverado ya en los párrafos anteriores: Una simulación realizada con diferentes tipos de modelos físicos de glaciar (High-order et SIA) realizada por Pattyn (2002) a demostrado que el nivel de respuesta sobre cambios en el balance de masa es despreciable. Igualmente el investigador demostró que el comportamiento no lineal del flujo glaciar (simulado por un modelo Higher order), provoca un retardo de 10% en el tiempo de transporte de la masa glaciar, respecto a la respuesta de un modelo SIA.

#### **3.2.3.2 Consideración del modelo glaciar de reconstrucción del volumen glaciar, formulación de (Farinotti D. et al. 2009) y programación de (Olmos C. 2011)**

- Considerar una reconstrucción del glaciar a partir de su superficie, implica tener en cuenta de que no se podrá reproducir estrictamente el volumen y la geometría del glaciar de forma exacta y cabal. Los valores de espesores estimados por esta metodología, tenderán a ser valores medios, ya que la aplicación de este modelo se basa en el equilibrio de balance de masa a partir de la superficie recreando los espesores bajo la hipótesis de que el resultado de la topografía de superficie es una función de la topografía basal, lo cual se basa en las hipótesis de SIA.

#### **3.2.3.3 Simplificación de la formulación de (Farinotti D. et al. 2009) de la fricción (factor C).**

- Las experiencias de modelación realizadas por Olmos (2011), durante su investigación, específicamente en la reconstrucción del retroceso del glaciar Chacaltaya, llevaron al investigador a determinar que la introducción del factor de fricción introduce errores en la reproducción de este proceso, aspecto por el cual se lo eliminó de esta formulación. Esta aseveración introduce un error, posiblemente de menor magnitud basados en la experiencia del investigador, que sin embargo es nombrada para ser tomada en cuenta, en el uso de este modelo.

#### **3.2.3.4 Uso de valores de balance de masa de glaciares vecinos**

- En Bolivia y en Sudamérica se cuenta con el monitoreo de balance de masa en diversos glaciares realizado por el IRD desde el año 1991. Es claro que por razones logísticas, de acceso y costos no se puede realizar el seguimiento de la totalidad de los glaciares de la cordillera, razón por la cual se asumen los datos de las experiencias de los investigadores franceses como insumo de esta modelación.

### **3.3 Notas sobre la elección de los modelos**

Un aspecto muy importante a ser tomado en cuenta en la elección de los modelos que son propuestos para este trabajo, es que estos no son los únicos o los mejores para su aplicación en la zona de trabajo, sino que se trata de los que se considera son los más aplicables según la disponibilidad de información, a fin de realizar una primera descripción y comprensión de la dinámica hidrológica de la zona en estudio.

Esta propuesta tiene también como característica principal, el concepto de sugerir modelos versátiles que puedan ser mejorados en el tiempo, cuando se cuente con mayor información, o que a su vez puedan contribuir con sus resultados y la experiencia de aplicación, a su consiguiente reemplazo por otro modelo de mayor precisión

Igualmente se asume el concepto de una modelación que aproveche al máximo la disponibilidad de datos, preferenciando el uso de estos, en lugar de asumirlos. Se tiene como premisa partir del uso de modelos simples, que permitan la comprensión y descripción fácil del sistema hidrológico para luego con el tiempo y una mayor disponibilidad de datos pasar a modelos de mayor precisión. La idea es no crear desde un inicio la cuestionante sobre la precisión de los resultados debido a la incertidumbre de asumir datos.

De igual forma se desea mostrar que un modelo por sencillo que sea, si se tiene muy en cuenta y se respeta y maneja correctamente sus conceptos formales de base, puede servir para la simulación de escenarios climáticos y la consiguiente predicción de posibles escenarios de disponibilidad de agua a futuro, aspecto que cumple con una de las consignas guía de la gestión del agua: Conocer mejor las disponibilidades y debilidades del manejo del recurso agua a fin de mejorar su gestión en pro del usuario. (GWP 2007)

## **4 ESCENARIOS CLIMÁTICOS**

---

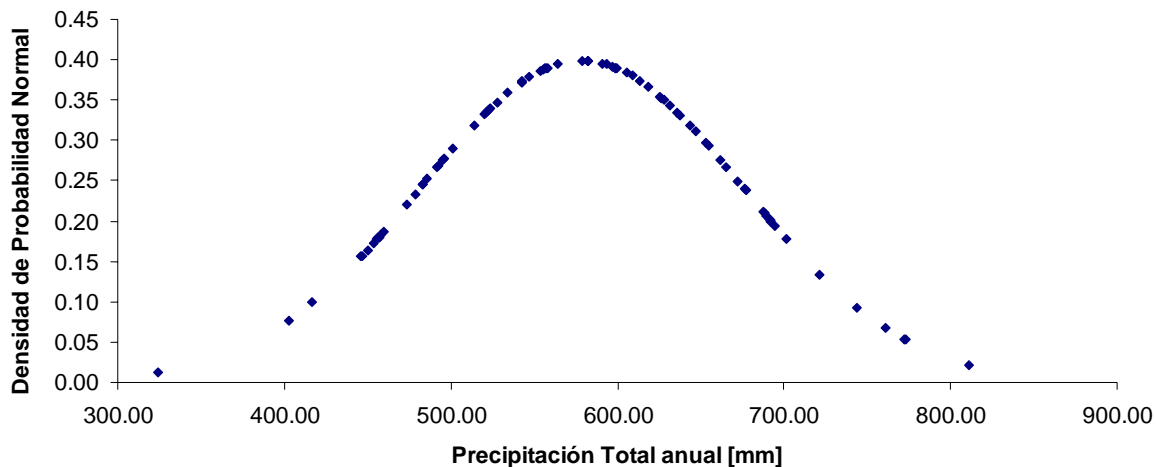
### **4.1.1 Variabilidad climática Interanual**

Para fines de la determinación de escenarios de variabilidad climática interanual se acude al análisis del registro histórico de datos climáticos disponibles, tanto de precipitación, como de escurrimiento, según se tenga esta disponibilidad.

Inicialmente se establece la aplicabilidad a este registro de funciones de distribución de probabilidad. En las figuras siguientes en los registros de la estación de El Alto de SENAMHI (una de las de mayor extensión y que están emplazadas en la meseta altiplánica) se determina la aplicabilidad de la función de distribución normal.

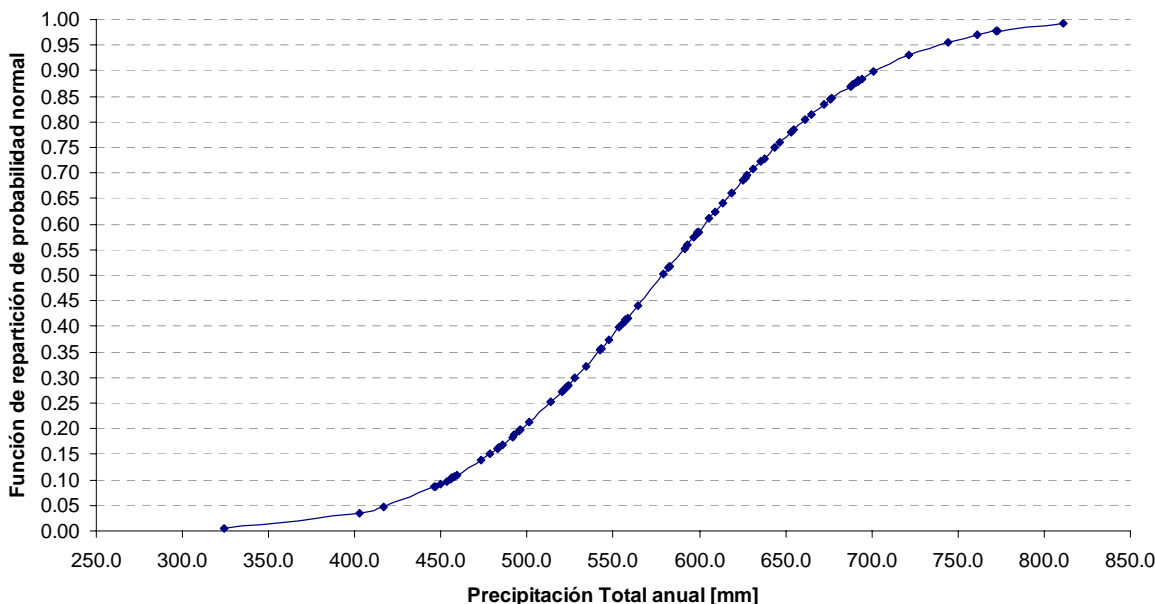
Cabe señalar que no se hace el ensayo de aplicación de esta distribución a los registros de las estaciones emplazadas en la zona en estudio, debido a que su extensión de registro no es muy apreciable (2000-11), aplicándose en su lugar, los datos de una estación con mayor extensión de registro (El Alto) partiendo de la hipótesis de trabajo de que pertenece al mismo régimen hidrológico, de las estaciones de la zona de estudio.

**Figura 4.1: Aplicación de la Función de Densidad de Probabilidad Normal, Registro Estación El Alto**



Fuente: Elaboración propia

**Figura 4.2: Aplicación de la Función de Repartición de Probabilidad Normal, Registro Estación El Alto**



Fuente: Elaboración propia

Las figuras anteriores demuestran la aplicabilidad de la función de distribución normal al registro de precipitación y escurrimiento, mismos que son la base de la modelación de Balance Hídrico.

Bajo este marco estadístico y tomando en cuenta antecedentes de estudios previos en la zona de proyecto (*Lahmeyer International - GITEC - TECNOSAN-SICO 1994*), se define la siguiente convención de determinación de escenarios de variabilidad climática.

- **Año seco:** Valor que corresponde a 0.1 de la función de repartición de probabilidad normal
- **Año semi seco:** Valor que corresponde a 0.25 de la función de repartición de probabilidad normal
- **Año medio:** Valor que corresponde a 0.5 de la función de repartición de probabilidad normal
- **Año semi húmedo:** Valor que corresponde a 0.75 de la función de repartición de probabilidad normal
- **Año húmedo:** Valor que corresponde a 0.9 de la función de repartición de probabilidad normal

Nótese que estos valores corresponden aproximadamente a puntos de inflexión de la curva de la función de repartición normal.

#### 4.1.2 Cambio climático

El consultor previa consulta de la literatura (*IPCC 2007; Jaffrain J. 2007; RIOCC 2008; SENAMHI-PNCC 2008; Vuille M. et al. 2003*), observando los distintos resultados de modelación y de tendencias y valores esperados de variación de la temperatura y precipitación (atribuibles al cambio climático) en nuestra área de estudio, define rangos en los cuales se realizará un análisis de la sensibilidad del valor del escurrimiento, respecto al cambio de los valores de las variables de Precipitación y Temperatura, aspecto que será asumido como escenarios de cambio climático.

- Precipitación (P) = { -0.90P ; 1.05P }
- Temperatura (T) = { +0.5°C ; +2°C }

En ausencia de un valor propio de proyecto se propone asumir estos valores como rangos entre los cuales se espera cambios en estos parámetros climáticos, los cuales a su vez serán asumidos como los parámetros base para establecer los escenarios de cambio climático a ser testeados en los modelos propuestos.

## 5 BIBLIOGRAFÍA

---

(*Caballero Y. 2001*) Caballero Y. (2001). Modélisation des Écoulements d'origine Pluvio – Nivo – Glacière en Contexte de Haute Montagne Tropicale – Application à la haute vallée du Zongo (Bolivie) Maison des Sciences de l'eau, Montpellier. Montpellier, Thèse, Université Montpellier II, Thesis.

(*Delcourt C. et al. 2008*) Delcourt C., F. Pattyn and M. Nolan (2008). "Modelling historical and recent mass loss of McCall Glacier, Alaska, USA." *The Cryosphere* **2**: 23-31, Journal Article.

(*Farinotti D. et al. 2009*) Farinotti D., M. Huss, A. Bauder, M. Funk and M. Truffer (2009). "A method to estimate the ice volume and ice-thickness distribution of alpine glaciers." *Journal of Glaciology* **55**(191): 422-430, Journal Article.

(*GWP 2007*) GWP. (2007). "Toolbox for IWRM." Global Water Partnership (GWP). from [www.gwptoolbox.org/](http://www.gwptoolbox.org/), Electronic Book.

(*IPCC 2007*) IPCC (2007). IPCC Fourth Assessment Report: Climate Change 2007, Intergovernmental Panel Of Climate Change; (GIEC: Groupe d'Experts Intergouvernemental sur l'Evolution du Climat) (IPCC), Book.

(*Jaffrain J. 2007*) Jaffrain J. (2007). Les extrêmes de migration de la Zone de la Zone de Convergence Intertropicale en Amerique du Sud, Étude de la variabilité spatio-temporelle des précipitations en Amerique du Sud tropicale sur les dernières decennies, Ecole Nationale de la Météorologie Météo France - Meteo France - Universite de Montpellier 2. 102, Report.

(*Lahmeyer International - GITEC - TECNOSAN-SICO 1994*) Lahmeyer International - GITEC - TECNOSAN-SICO (1994). Plan Maestro del Sistema de Agua Potable, Ciudad de La Paz. Ministerio de Hacienda y Desarrollo Económico. La Paz y El Alto, Varios, Government Document.

(*Oerlemans J. 2008*) Oerlemans J. (2008). Minimal Glacier Models, Igitur, Utrecht Publishing & Archiving Services, Universiteitsbibliotheek Utrecht978-90-6701-022-1, Book.

(*Olmos C. 2005*) Olmos C. (2005). Réponse des Glaciers Boliviens à la Variabilité Climatique Récente et aux événements ENSO - Influence du Taux d'englacement et de l'orientation. Maison de Sciences de l'eau, Montpellier. Montpellier, Memorie de DEA, Université Montpellier II, Thesis.

(*Olmos C. 2011*) Olmos C. (2011). Gestion des Ressources Hydriques des villes de La Paz et El Alto (Bolivie): Modélisation des apports glaciaires et analyse des variables. Département des Sciences de la Terre et de l'Environnement (Glaciologie). Bruxelles, Thèse de doctorat - Tesis doctoral, Université Libre de Bruxelles, Thesis.

(*Paterson W.S.B. 1994*) Paterson W.S.B. (1994). The Physics of Glaciers, PERGAMON: 480, Book.

(*Paterson W. S. B. 1994*) Paterson W. S. B. (1994). The Physics of Glaciers, PERGAMON: 480, 0-08-037945, Book.

(*Pattyn F. 2002*) Pattyn F. (2002). "Transient glacier response with a higher-order numerical ice-flow model." *Journal of Glaciology* **48**(160): 467-477, Journal Article.

(*Pouyaud B. et al. 2007*) Pouyaud B., E. Cadier, R. Gallaire, M. Zapata, E. Ayabaca, C. Olmos, J. Gómez, W. Suárez, M. Villacis, L. Maisincho, P. Ribstein and A. Coudrain (2007). The impact of

glacier retreat on water resources. In: Is it the end of snowy heights? Glaciers and climate change in the Andean community., The General Secretariat of the Andean Community, the French Institute of Research for Development, the United Nations Environmental Programme (UNEP) and the Spanish International Cooperation Agency., Conference Proceedings.

(*Pouyaud B. et al. 2005*) Pouyaud B., M. Zapata, J. Yerren, J. Gomez, G. Rosas, W. Suarez and P. Ribstein (2005). "Avenir des ressources en eau glaciaire de la Cordillère Blanche." Journal des sciences hydrologiques **50**(6): 24, Journal Article.

(*Ribstein P. 2003*) Ribstein P. (2003). Climat et Glaciers des Andes Tropicales, Impacts Hydrologiques, (Habilitation à diriger des recherches), Institut de Recherche pour le développement, IRD, Report.

(*RIOCC 2008*) RIOCC. (2008). "Impactos y Vulnerabilidad." Red Iberoamericana de Oficinas de Cambio Climático (RIOCC). Retrieved. Access in, 2008, from [www.lariocc.net/riocc\\_principal/es/cc\\_iberamerica/impactos\\_vulnerabilidad.htm](http://www.lariocc.net/riocc_principal/es/cc_iberamerica/impactos_vulnerabilidad.htm), Web Page.

(*Schäfer M. 2007*) Schäfer M. (2007). Modélisation de l'écoulement des glaciers tempérés Laboratoire de Glaciologie et Geophysique de l'environnement. Grenoble, Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier (Grenoble 1). 384, Thesis.

(*SENAMHI-PNCC 2008*) SENAMHI-PNCC. (2008). "Escenarios Climáticos Bolivia." Servicio Nacional de Meteorología e Hidrología (SENAMHI), Programa Nacional de Cambios Climáticos (PNCC). from [www.minagua.gov.bo/pncc/index.htm](http://www.minagua.gov.bo/pncc/index.htm), Electronic Book.

(*Sicart J.-E. 2002*) Sicart J.-E. (2002). Contribution a l'étude des flux d'énergie, du bilan de masse et du débit de fonte d'un glacier tropical: Le zongo, Bolivie. Géosciences et Ressources Naturelles. Paris, Doctorat, Université Paris VI - Pierre et Marie Curie, Thesis.

(*Ven Te Chow 1994*) Ven Te Chow (1994). Hidrología aplicada, MC Graw Hill (Feb 1994): 584, ISBN 10-9586001717, Book.

(*Villón M. 2002*) Villón M. (2002). Hidrología. Lima - Perú, Instituto Tecnológico de Costa Rica, Book.

(*Vuille M. et al. 2003*) Vuille M., R. Bradley, M. Werner and F. Keimig (2003). "20th Century Climate Change in the Tropical Andes: Observations and Model Results " Climatic Change **59**(1-2): 75-99, Journal Article.



